

Теория принятия решений

Задание 1

Дима является студентом УГТУ. В этом году его сестра Света и брат Витя тоже поступили в УГТУ. Они не проживают в Ухте, поэтому ребята решили снять квартиру. Для выбора квартиры они сформулировали три основных критерия: местонахождение (улица), стоимость за месяц и репутация района. Но также существует одно важное условие: они могут пользоваться одной машиной. Ставится вопрос: какую из трех квартир выбрать для проживания?

Решение.

У нас три лица, принимающих решение: Дима, Света, Витя.

Три критерия при выборе квартиры: местонахождение (улица), стоимость за месяц и репутация района, обозначим их – М, С, Р.

И три варианта квартир – К1, К2, К3.

1. Рассматриваем матрицы парных сравнений критериев.

Дима			
	М	С	Р
М	1	2	3
С	0,5	1	2
Р	0,33	0,5	1

Света			
	М	С	Р
М	1	0,5	2
С	2	1	3
Р	0,5	0,33	1

Витя			
	М	С	Р
М	1	1	2
С	1	1	2
Р	0,5	0,5	1

Как видим, для Димы важнее место, затем стоимость, для Светы важнее наоборот – стоимость, для Вити место и стоимость равнозначны, район – для всех наименее важен. Далее нормализуем матрицы (делим элементы на суммы по столбцам) и находим среднее по строкам.

Лабораторная работа по ТПР выполнена на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Дима				
	М	С	Р	w
М	0,55	0,57	0,5	0,54
С	0,27	0,29	0,33	0,3
Р	0,18	0,14	0,17	0,16

Света				
	М	С	Р	w
М	0,29	0,27	0,33	0,3
С	0,57	0,55	0,5	0,54
Р	0,14	0,18	0,17	0,16

Витя				
	М	С	Р	w
М	0,4	0,4	0,4	0,4
С	0,4	0,4	0,4	0,4
Р	0,2	0,2	0,2	0,2

Далее оценим согласованность матриц.

Для Димы рассчитываем:

М	С	Р		w					
1	2	3	x	0,5	=	1,6248	$n_{max} =$	3,0112	
0,5	1	2		0,3		0,8943		$CI =$	0,0056
0,33	0,5	1		0,2		0,4921		$RI =$	0,66
						3,0112	$CR =$	0,0085	

Где

$$n_{max} = 1,6248 + 0,8943 + 0,4921 = 3,0112$$

$$CI = \frac{3,0112 - 3}{3 - 1} = 0,0056$$

$$RI = \frac{1,98(3 - 2)}{3} = 0,66$$

$$CR = \frac{0,0056}{0,66} = 0,0085$$

Так как $CR < 0,1$, уровень несогласованности матрицы **D** является приемлемым.
 Далее проводим аналогичные расчеты для Светы и Вити.

Лабораторная работа по ТПР выполнена на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Света							
М	С	Р		w			
1	0,5	2	x	0,3	=	0,8943	$n_{max} = 3,0112$
2	1	3		0,5		1,6248	$CI = 0,0056$
0,5	0,33	1		0,2		0,4921	$RI = 0,66$
						3,0112	$CR = 0,0085$

Витя							
М	С	Р		w			
1	1	2	x	0,4	=	1,2	$n_{max} = 3,0000$
1	1	2		0,4		1,2	$CI = 0,00$
0,5	0,5	1		0,2		0,6	$RI = 0,66$
						3,0000	$CR = 0,00$

Все матрицы имеют приемлемый индекс согласованности.

Выписываем весовые коэффициенты.

	Дима	Света	Витя
М	0,539	0,2973	0,4
С	0,2973	0,539	0,4
Р	0,1638	0,1638	0,2

Далее выписываем матрицы парных сравнений каждого лица, принимающих решение для каждого варианта квартиры по каждому критерию – всего $3 * 3 = 9$ матриц.

Для каждой матрицы сразу проводим нормализацию, и находим индекс согласованности. Дима.

ДИМА																
Критерий М																
	K1	K2	K3		K1	K2	K3	w		K1	K2	K3	w			
K1	1	2	3	K1	0,55	0,5	0,6	0,55	1	2	3	0,5	1,6621	$n_{max} = 3,0222$		
K2	0,5	1	1	K2	0,27	0,25	0,2	0,24	0,5	1	1	0,2	0,7258	$CI = 0,0111$		
K3	0,33	1	1	K3	0,18	0,25	0,2	0,21	0,33	1	1	0,2	0,6343	$RI = 0,66$		
													3,0222	$CR = 0,0168$		
Критерий С																
	K1	K2	K3		K1	K2	K3	w		K1	K2	K3	w			
K1	1	0,5	1	K1	0,25	0,2	0,33	0,26	1	0,5	1	0,3	0,7944	$n_{max} = 3,0556$		
K2	2	1	1	K2	0,5	0,4	0,33	0,41	2	1	1	0,4	1,2611	$CI = 0,0278$		
K3	1	1	1	K3	0,25	0,4	0,33	0,33	1	1	1	0,3	1	$RI = 0,66$		
													3,0556	$CR = 0,0421$		
Критерий Р																
	М	С	Р		K1	K2	K3	w		K1	K2	K3	w			
K1	1	1	2	K1	0,4	0,4	0,4	0,4	1	1	2	0,4	1,2	$n_{max} = 3,0000$		
K2	1	1	2	K2	0,4	0,4	0,4	0,4	1	1	2	0,4	1,2	$CI = 0,00$		
K3	0,5	0,5	1	K3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,5	0,5	1	0,2	0,6	$RI = 0,66$		
													3,0000	$CR = 0,00$		

Все оценки Димы – согласованы.

Света.

Лабораторная работа по ТПР выполнена на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

СВЕТА																		
Критерий М																		
	K1	K2	K3		K1	K2	K3	w		K1	K2	K3	w					
K1	1	3	2	K1	0,55	0,6	0,5	0,55		1	3	2	0,5	=	1,6621	$n_{max} =$	3,0222	
K2	0,33	1	1	K2	0,18	0,2	0,25	0,21		0,33	1	1	0,2		0,6343	CI =	0,0111	
K3	0,5	1	1	K3	0,27	0,2	0,25	0,24		0,5	1	1	0,2		0,7258	RI =	0,66	
															3,0222	CR =	0,0168	
Критерий С																		
	K1	K2	K3		K1	K2	K3	w		K1	K2	K3	w					
K1	1	2	3	K1	0,55	0,57	0,5	0,54		1	2	3	0,5	=	1,6248	$n_{max} =$	3,0112	
K2	0,5	1	2	K2	0,27	0,29	0,33	0,3		0,5	1	2	0,3		0,8943	CI =	0,0056	
K3	0,33	0,5	1	K3	0,18	0,14	0,17	0,16		0,33	0,5	1	0,2		0,4921	RI =	0,66	
															3,0112	CR =	0,0085	
Критерий Р																		
	М	С	Р		K1	K2	K3	w		K1	K2	K3	w					
K1	1	2	2	K1	0,5	0,5	0,5	0,5		1	2	2	0,5	=	1,5	$n_{max} =$	3,0000	
K2	0,5	1	1	K2	0,25	0,25	0,25	0,25		0,5	1	1	0,3		0,75	CI =	0,00	
K3	0,5	1	1	K3	0,25	0,25	0,25	0,25		0,5	1	1	0,3		0,75	RI =	0,66	
															3,0000	CR =	0,00	

Все оценки Светы – согласованы.

Витя.

ВИТЯ																		
Критерий М																		
	K1	K2	K3		K1	K2	K3	w		K1	K2	K3	w					
K1	1	0,5	0,5	K1	0,2	0,25	0,14	0,2		1	0,5	0,5	0,2	=	0,5988	$n_{max} =$	3,0607	
K2	2	1	2	K2	0,4	0,5	0,57	0,49		2	1	2	0,5		1,5095	CI =	0,0304	
K3	2	0,5	1	K3	0,4	0,25	0,29	0,31		2	0,5	1	0,3		0,9524	RI =	0,66	
															3,0607	CR =	0,046	
Критерий С																		
	K1	K2	K3		K1	K2	K3	w		K1	K2	K3	w					
K1	1	1	0,5	K1	0,25	0,25	0,25	0,25		1	1	0,5	0,3	=	0,75	$n_{max} =$	3,0000	
K2	1	1	0,5	K2	0,25	0,25	0,25	0,25		1	1	0,5	0,3		0,75	CI =	0	
K3	2	2	1	K3	0,5	0,5	0,5	0,5		2	2	1	0,5		1,5	RI =	0,66	
															3,0000	CR =	0	
Критерий Р																		
	М	С	Р		K1	K2	K3	w		K1	K2	K3	w					
K1	1	2	1	K1	0,4	0,4	0,4	0,4		1	2	1	0,4	=	1,2	$n_{max} =$	3,0000	
K2	0,5	1	0,5	K2	0,2	0,2	0,2	0,2		0,5	1	0,5	0,2		0,6	CI =	0,00	
K3	1	2	1	K3	0,4	0,4	0,4	0,4		1	2	1	0,4		1,2	RI =	0,66	
															3,0000	CR =	0,00	

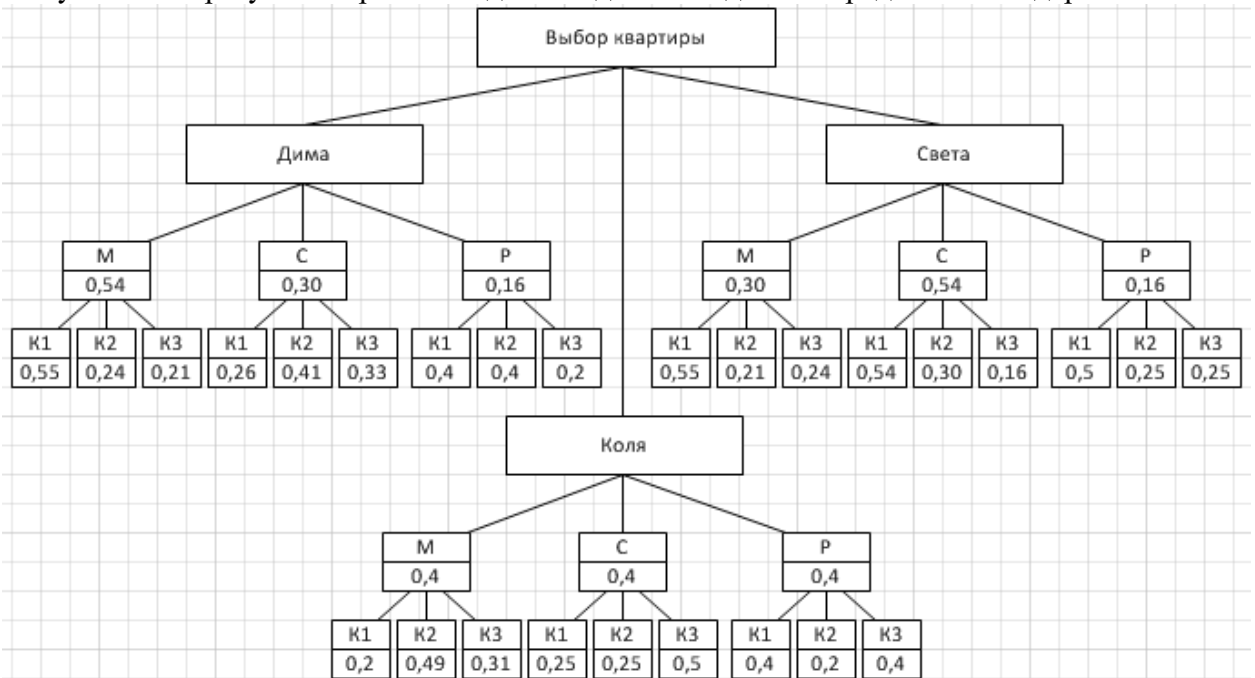
Все оценки Вити – согласованы.

Получаем весовые коэффициенты для каждого варианта квартиры.

	Дима			Света			Коля		
	М	С	Р	М	С	Р	М	С	Р
К1	0,548	0,261	0,4	0,548	0,539	0,5	0,198	0,25	0,4
К2	0,241	0,411	0,4	0,211	0,297	0,25	0,49	0,25	0,2
К3	0,211	0,328	0,2	0,241	0,164	0,25	0,312	0,5	0,4
	0,539	0,297	0,164	0,297	0,539	0,164	0,4	0,4	0,2

Внизу строкой стоят весовые коэффициенты критериев.

Полученные в результате расчетов данные для наглядности представим на дереве.



Находим комбинированный вес W для каждой квартиры определяется по единой схеме.

Например, для квартиры 1:

$$\begin{aligned}
 W_{K1} &= \frac{1}{3}(0,548 \cdot 0,539 + 0,261 \cdot 0,297 + 0,4 \cdot 0,164) \\
 &+ \frac{1}{3}(0,548 \cdot 0,297 + 0,539 \cdot 0,539 + 0,5 \cdot 0,164) + \\
 &+ \frac{1}{3}(0,198 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,2) = 0,41
 \end{aligned}$$

	Дима			Света			Коля			
	М	С	Р	М	С	Р	М	С	Р	W
К1	0,548	0,261	0,4	0,548	0,539	0,5	0,198	0,25	0,4	0,41
К2	0,241	0,411	0,4	0,211	0,297	0,25	0,49	0,25	0,2	0,31
К3	0,211	0,328	0,2	0,241	0,164	0,25	0,312	0,5	0,4	0,28
	0,539	0,297	0,164	0,297	0,539	0,164	0,4	0,4	0,2	

Наибольший комбинированный вес имеет квартира К1 (0,41), значит, она предпочтительнее для ребят

Задание 2

На фондовой бирже можно вложить 40000 долларов в 3 компании: “Газпром” (А), “ТэбукНефть” (В), “Лукойл” (С). Акции компаний:

- “Газпром” могут принести 50% прибыль в условиях повышения котировок, 15% - в условиях понижения котировок, 5% - в условиях постоянных котировок;
- “ТэбукНефть” – 70% прибыль в условиях повышения котировок, 5% в условиях постоянных котировок и обесцениться на 30% в условиях понижения котировок;
- “Лукойл” – 60% в условиях повышения котировок, 20% в условиях постоянных котировок, 10% в условиях понижения котировок.

Аналитические публикации прогнозируют повышение котировок с вероятностью 25%, постоянство котировок – 55%, а понижение – 20%. Специалист по рынку выскажется “за”: при повышении котировок с вероятностью 70%, при постоянстве котировок – 40%, а при понижении – 10%. Какова прибыль при различных мнениях специалиста? Если мнение специалиста «за», акции какой компании следует покупать? Если мнение специалиста «против», акции какой компании следует покупать?

Решение.

Введем следующие обозначения:

v_1 – мнение «за»,

v_2 – мнение «против».

Количество событий j , относящихся к мнению специалиста равно 2.

m_1 – повышение котировок,

m_2 – постоянство котировок,

m_3 – понижение котировок.

Количество событий i , относящихся к состоянию котировок равно 3.

Априорные вероятности: $P(m_1) = 0,25$; $P(m_2) = 0,55$; $P(m_3) = 0,20$.

Мнение специалиста можно записать в виде вероятностных соотношений следующим образом:

$$P\{v_1 | m_1\} = 0,7 \quad P\{v_2 | m_1\} = 0,3$$

$$P\{v_1 | m_2\} = 0,4 \quad P\{v_2 | m_2\} = 0,6$$

$$P\{v_1 | m_3\} = 0,1 \quad P\{v_2 | m_3\} = 0,9$$

Для оценки различных альтернатив необходимо вычислить апостериорные вероятности событий. Ниже приведены алгоритм и расчет апостериорных вероятностей.

Шаг №1.

Условные вероятности $P\{v_j | m_i\}$ для данной задачи запишем следующим образом.

Лабораторная работа по ТПР выполнена на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

	v1	v2
m1	0,7	0,3
m2	0,4	0,6
m3	0,1	0,9

Шаг №2.

Вычисляем вероятности совместного появления событий m и v .

$P\{m_i, v_j\} = P\{v_j | m_i\} \cdot P\{m_i\}$ для всех i и j . В результате получаем:

P(m,v)	v1	v2
m1	0,175	0,075
m2	0,22	0,33
m3	0,02	0,18

Шаг №3.

Вычисляем абсолютные вероятности появления события v .

$P\{v_j\} = \sum_{\text{все } i} P\{m_i, v_j\}$, для всех j

P(m,v)	v1	v2
m1	0,175	0,075
m2	0,22	0,33
m3	0,02	0,18
	0,415	0,585

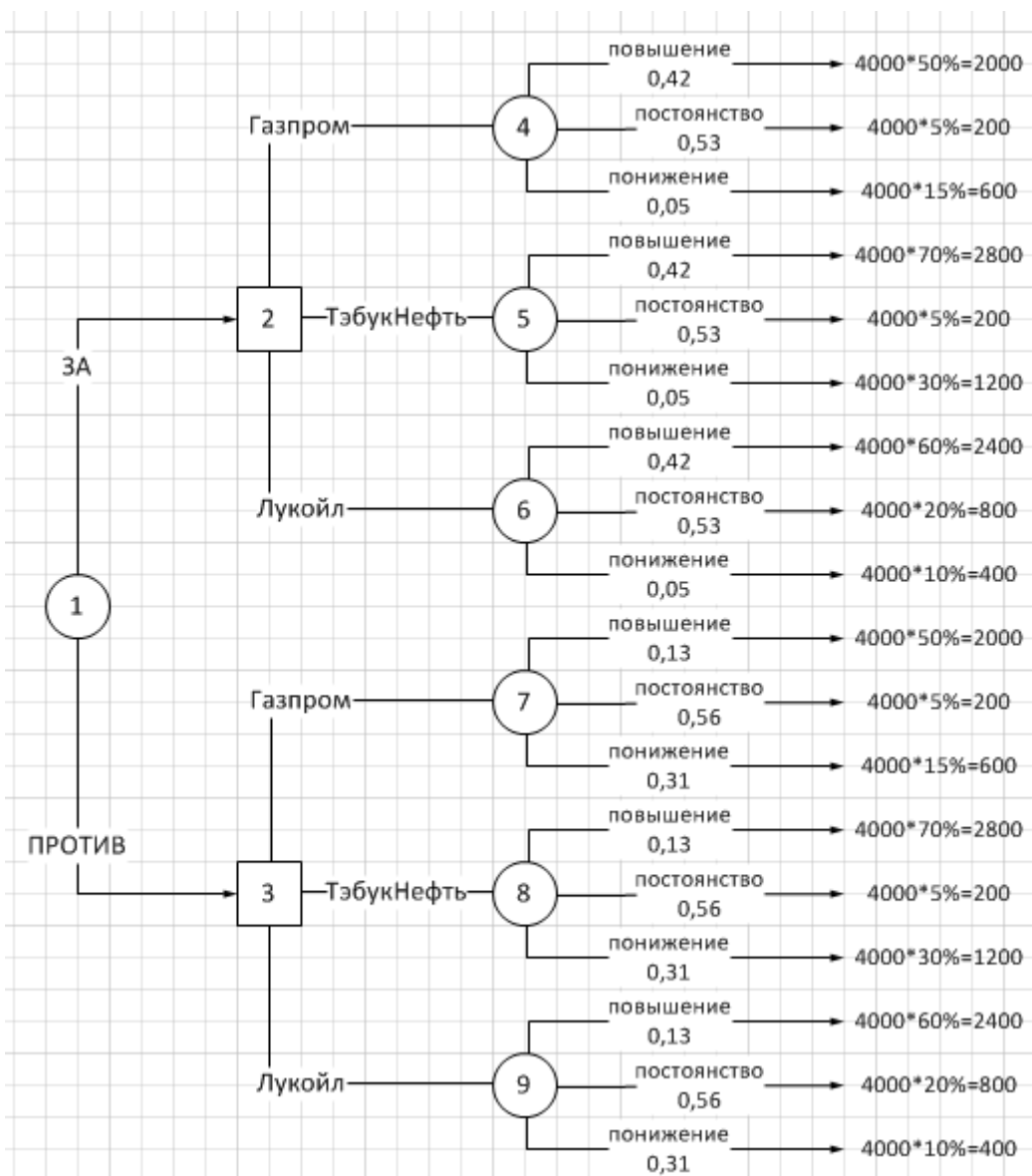
Шаг №4.

Определяем искомые апостериорные вероятности по формуле

$$P\{m_i | v_j\} = \frac{P\{m_i, v_j\}}{P\{v_j\}}$$

P(m,v)	v1	v2
m1	0,42	0,13
m2	0,53	0,56
m3	0,05	0,31

Дерево решений.



Теперь можно оценить альтернативные решения, основанные на ожидаемых платежах для узлов 4 – 7.

Мнение “За”

Для компании «Газпром»:

$$2000 \cdot 0,42 + 200 \cdot 0,53 + 600 \cdot 0,05 = 976$$

Для компании «ТэбукНефть»:

$$2800 \cdot 0,42 + 200 \cdot 0,53 + 1200 \cdot 0,05 = 1342$$

Для компании «Лукойл»:

$$2400 \cdot 0,42 + 800 \cdot 0,53 + 400 \cdot 0,05 = 1452$$

Мнение “Против”

Для компании «Газпром»:

$$2000 \cdot 0,13 + 200 \cdot 0,56 + 600 \cdot 0,31 = 558$$

Для компании «ТэбукНефть»:

$$2800 \cdot 0,13 + 200 \cdot 0,56 + 1200 \cdot 0,31 = 848$$

Для компании «Лукойл»:

Лабораторная работа по ТПР выполнена на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$$2400 \cdot 0,13 + 800 \cdot 0,56 + 400 \cdot 0,31 = 884$$

Решение: в любом из двух случаев компании следует вкладываться в акции компании «Лукойл».