

Контрольная работа с решением по финансовым вычислениям

Вариант 1

1. Ссуда 700000 руб. выдана на квартал по простой ставке процентов 15% годовых. Определить наращённую сумму.

Решение.

Определим наращенную сумму в этом случае следующим образом:

$$S_n = S_0 * (1 + i * t / T)$$

S_0 – сумма ссуды;

S_n – наращенная сумма;

i – годовая ставка;

t – срок ссуды, у нас квартал или $\frac{1}{4}$ года;

T – длительность периода.

Подставляем в данную формулу:

$$S_n = 700000 * (1 + 0.15 * 1/4) = 700000 * 1.0375 = 726250 \text{ руб.}$$

Наращенная сумма - 726250 руб.

2. Банк принимает депозиты на сумму 500000 руб. на следующих условиях: а) под 10% годовых с ежеквартальным начислением процентов; б) под 11% годовых с полугодовым начислением процентов; в) под 11,5% годовых (во всех трех случаях проценты капитализируются). Выберите оптимальную схему вложения денежных средств.

Решение.

Условие капитализации предполагает использование сложных процентов, наращенная сумма в этом случае определяется так:

$$S_n = S_0 * \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m*n}$$

S_0 – сумма депозита;

S_n – наращенная сумма;

i – годовая ставка;

m – число начислений процентов в году;

n – количество лет.

Подставляем в нашем случае.

а) Наращенная сумма для депозита под 10% годовых с ежеквартальным начислением процентов:

$$S_n = 500000 * \left(1 + \frac{0.1}{4}\right)^{4*1} = 500000 * 1.1038 = 551900 \text{ руб.}$$

б) Наращенная сумма для депозита под 11% годовых с полугодовым начислением процентов:

$$S_n = 500000 * \left(1 + \frac{0.11}{2}\right)^{2*1} = 500000 * 1.113 = 556500 \text{ руб.}$$

в) Наращенная сумма для депозита под 11,5% годовых:

$$S_n = 500000 * (1 + 0.115)^{1*1} = 500000 * 1.115 = 557500 \text{ руб.}$$

Максимальная наращенная сумма получается в последнем случае, его и следует выбрать вкладчику.

3. Вексель стоимостью 550 тыс. руб. учитывается за 3 года до погашения по сложной учётной ставке 12% годовых. Найти сумму, которую получит векселедержатель, и величину дисконта.

Решение.

Держатель векселя в случае его дисконтирования получит следующую сумму (сложная учетная ставка):

$$S_n = S_0(1 - d)^n$$

S_0 – стоимость векселя;

S_n – сумма, которую получит держатель после учета векселя;

d – учетная ставка;

n – срок с момента учета до погашения.

Подставляем:

$$S_n = 550000(1 - 0.12)^3 = 550000 * 0.6815 = 374825 \text{ руб.}$$

Определяем сумму дисконта:

$$I_n = S_0 - S_n = 550000 - 374825 = 175175 \text{ руб.}$$

Таким образом держатель получит 374825 руб., а сумма дисконта составит 175175 руб.

4. Прогнозируется среднемесячный темп инфляции 3%. Найти квартальный, полугодовой и годовой темпы инфляции.

Решение.

Рассчитываем темп инфляции следующим образом:

$$(1 + \alpha_i)^n - 1 = \alpha.$$

α_i – темп инфляции за период;

α – темп инфляции за несколько периодов;

n – количество периодов.

Подставляем:

- квартальный темп инфляции – $(1 + 0.03)^3 - 1 = 0.092727$;

- полугодовой темп инфляции – $(1 + 0.03)^6 - 1 = 0.19405$;

- годовой темп инфляции – $(1 + 0.03)^{12} - 1 = 0.42576$

5. Найти простую процентную ставку i_n , эквивалентную сложной ставке 11%.

Решение.

Простая процентная ставка i_n , эквивалентная сложной ставке определяется из соотношения:

$$(1 + n * i_n) = (1 + i_c)^n$$

Выражаем простую ставку:

$$i_n = \frac{(1+i_c)^n - 1}{n}$$

$$i_n = \frac{1.11^n - 1}{n}$$

Как мы видим, результат зависит от количества лет начисления. В данном случае задача не может быть решена до конца.

6. Контракт предусматривает следующий порядок начисления процентов: первый год – 11%, в каждом последующем полугодии ставка повышается на 1%. Определить множитель наращивания за 2,5 года.

Решение.

Множитель наращивания за несколько последовательных периодов, в пределах которых ставки постоянны, определяется по формуле:

$$K = (1+i_1)^{n_1} * (1+i_2)^{n_2} * \dots * (1+i_k)^{n_k},$$

i_k – годовая ставка k -го периода;

n_k – количество периодов постоянной ставки i_k .

Подставляем (учитываем капитализацию процентов каждые полгода):

$$K = (1+0.11) * (1+0.12/2) * (1+0.13/2) * (1+0.14/2) \approx 1.3408.$$

7. Найдите средний срок потока $CF = \{(0, 100), (1, 200), (2, 400), (3, 100)\}$.

Решение.

Используем формулу средней арифметической взвешенной для определения среднего срока потока, вес - год:

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i R_i}{\sum R_i}$$

t_i – срок i -го потока;

R_i – величина i -го потока.

Подставляем:

$$t = \frac{0 * 100 + 1 * 200 + 2 * 400 + 3 * 100}{100 + 200 + 400 + 100} = 1300 / 800 = 1.625 \text{ года.}$$

8. Определить доходность инвестиций, выраженную в виде годовой ставки процента, если известно, что на 25 000 руб. вложений доход составит по 3000 руб. ежегодно в течение 17 лет.

Решение.

Приравняем приведенную стоимость данного потока платежей по неизвестной ставке к начальным инвестициям. Запишем формулу приведенной стоимости постоянной ренты постнумерандо:

$$A = R * \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

A – инвестиции;

R – ежегодный доход.

Подставляем:

$$8.333 = \frac{1 - (1 + i)^{-17}}{i}$$

Определение коэффициентов приведения постоянной ренты:

$$a_{n,i} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Используем финансовые таблицы и по известному коэффициенту приведения постоянной ренты и числу периодов 17 определим значение годовой ставки процента, она приблизительно равна 9,5% для значения коэффициента приведения годовой ренты 8,276.

Контрольная работа выполнена на сайте www.MatBuro.ru
Еще готовые работы: https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=fv
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

Литература.

1. Кузнецов Б.Т. Финансовая математика. Учебное пособие – М.: Экзамен, 2005. – 128с
2. Малыхин В.И. Финансовая математика. Учебное пособие – М.: Юнити, 2004. – 237с
3. Финансовая математика. Учебное пособие./Под редакцией академика А.Н. Романова. – М.: Вузовский учебник, 2007. – 359с
4. Четыркин Е.М. Финансовая математика – М.: Дело, 2005. – 400с