Приближенные формулы Муавра-Лапласа

Пример решения задачи

Задача. Стоматологическая клиника распространяет рекламные листовки у входа в метро. Опыт показывает, что в одном случае из тысячи следует обращение в клинику. Найти вероятность того, что при распространении 50 тыс. листков число обращений будет:
А) равно 41,
Б) находиться в границах от 36 до 47.

Решение. Имеем схему Бернулли с параметрами
$n = 50000$ - количество распространенных листовок,
$p = \frac{1}{1000} = 0,001$ - вероятность обращения в клинику после получения листовки,
$q = 1 - p = 0,999$.

А) Так как n достаточно велико, будем использовать приближенную формулу – локальную формулу Лапласа: $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right)$, где $k = 41$, значения функции $\varphi(x)$ берутся из таблицы. Подставляем:

$$P_{50000}(41) \approx \frac{1}{\sqrt{50000 \cdot 0,001 \cdot 0,999}} \varphi\left(\frac{41 - 50000 \cdot 0,001}{\sqrt{50000 \cdot 0,001 \cdot 0,999}}\right) = 0,141 \cdot \varphi(-1,273) =$$
$$= 0,141 \cdot \varphi(1,273) = 0,141 \cdot 0,177 \approx 0,025.$$

Б) Так как n достаточно велико, будем использовать приближенную формулу – интегральную теорему Лапласа: $P_n(m1, m2) \approx \Phi\left(\frac{m2-np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{m1-np}{\sqrt{npq}}\right)$, где $m1 = 36$, $m2 = 47$, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$ – функция Лапласа (значения берутся из таблиц).
Подставляем:

$$P_{50000}(36;47) \approx \Phi\left(\frac{47 - 50000 \cdot 0,001}{\sqrt{50000 \cdot 0,001 \cdot 0,999}}\right) - \Phi\left(\frac{36 - 50000 \cdot 0,001}{\sqrt{50000 \cdot 0,001 \cdot 0,999}}\right) = \Phi(-0,42) - \Phi(-1,98) =$$
$$= -\Phi(0,42) + \Phi(1,98) = -0,1644 + 0,4762 \approx 0,3118.$$

Ответ: 0,025; 0,3118.