

Тема: Дискретная случайная величина

ЗАДАНИЕ. В магазине продаются 5 отечественных и 3 импортных телевизора. Составить закон распределения случайной величины – числа импортных из четырех наудачу выбранных телевизоров. Найти функцию распределения этой случайной величины и построить ее график.

РЕШЕНИЕ.

Введем дискретную случайную величину X = (Число импортных из четырех наудачу выбранных телевизоров). X может принимать значения 0, 1, 2 и 3. Найдем соответствующие вероятности, используя классическое определение вероятности. Число различных способов выбрать 4 телевизора из имеющихся в продаже 8 телевизоров:

$$n = C_8^4 = \frac{8!}{4!4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 70.$$

$X = 0$, если все телевизоры отечественные, число способов выбрать такие телевизоры

$$m_0 = C_5^4 = 5, \text{ тогда вероятность } P(X = 0) = \frac{5}{70} = \frac{1}{14}.$$

$X = 1$, если один телевизор импортный и три отечественные, число способов выбрать такие телевизоры: $m_1 = 3 \cdot C_5^3 = 3 \cdot \frac{5!}{2!3!} = 3 \cdot \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 30$, тогда вероятность $P(X = 1) = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$.

$X = 2$, если два телевизора импортные и два отечественные, число способов выбрать такие телевизоры: $m_2 = C_3^2 \cdot C_5^2 = 3 \cdot \frac{5!}{2!3!} = 3 \cdot \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 30$, тогда вероятность $P(X = 2) = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$.

$X = 3$, если три телевизора импортные и один отечественный, число способов выбрать такие телевизоры: $m_3 = C_3^3 \cdot C_5^1 = 1 \cdot 5 = 5$, тогда вероятность $P(X = 3) = \frac{5}{70} = \frac{1}{14}$.

Получили ряд распределения случайной величины X :

x_i	0	1	2	3
p_i	1/14	3/7	3/7	1/14

Так как сумма вероятностей $1/14 + 3/7 + 3/7 + 1/14 = 1$, расчеты проведены верно.

Найдем функцию распределения этой случайной величины и построим ее график.

Функция распределения $F(x) = P(X < x)$, то есть

при $x \leq 0$, $F(x) = 0$,

при $0 < x \leq 1$, $F(x) = 0 + 1/14 = 1/14$,

при $1 < x \leq 2$, $F(x) = 1/14 + 3/7 = 7/14$,

при $2 < x \leq 3$, $F(x) = 7/14 + 3/7 = 13/14$,

при $x > 3$, $F(x) = 13/14 + 1/14 = 1$.

Построим график функции $F(x)$.

