

Дискретная случайная величина (два значения)

Пример решения задачи

Задача. Дискретная СВ X может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность P возможного значения, математическое ожидание $M(x)$ и дисперсия $D(x)$. Найти: 1) Закон распределения этой случайной величины; 2) Функцию распределения СВ X ; 3) Построить график $F(x)$.
 $P = 0,3$, $M(x) = 6,6$, $D(x) = 13,44$.

Решение. Пусть $P = p(x_1) = 0,3$, тогда $p(x_2) = 1 - p(x_1) = 0,7$.
Математическое ожидание:

$$M(x) = \sum x_i \cdot p_i = 0,3x_1 + 0,7x_2 = 6,6.$$

Дисперсия:

$$D(x) = \sum x_i^2 \cdot p_i - (M(x))^2 = 0,3x_1^2 + 0,7x_2^2 - 6,6^2 = 13,44.$$

Получаем систему уравнений относительно величин x_1 и x_2 :

$$\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 = 66, \\ 3x_1^2 + 7x_2^2 = 570. \end{cases}$$

Эта система имеет два решения:

$$x_1 = 1, x_2 = 9 \text{ и } x_1 = \frac{61}{5}, x_2 = \frac{21}{5}.$$

Условию $x_1 < x_2$ удовлетворяет первое решение, поэтому получаем закон распределения

| | | |
|-------|-----|-----|
| x_i | 1 | 9 |
| p_i | 0,3 | 0,7 |

Найдем функцию распределения $F(x) = P(X < x)$. Таким образом,

при $x \leq 1$ $F(x) = 0$,

при $1 < x \leq 9$ $F(x) = 0 + 0,3 = 0,3$,

при $x > 9$ $F(x) = 0,3 + 0,7 = 1$.

$$\text{То есть } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,3, & 1 < x \leq 9, \\ 1, & x > 9. \end{cases}$$

График этой функции:

