

Дискретная случайная величина: закон распределения

Пример решения

Задание. Подбрасываются две симметричные монеты, подсчитывается число гербов на обеих верхних сторонах монет. Рассматривается дискретная случайная величина X - число выпадений гербов на обеих монетах. Записать закон распределения случайной величины X , найти ее математическое ожидание.

Решение. Дискретная случайная величина X - число выпадения гербов на обеих монетах, может принимать значения 0, 1 и 2 (так как монеты две). Найдем соответствующие вероятности.

Введем дополнительные независимые события:

A_1 = (На 1-ой монете выпал герб),

A_2 = (На 2-ой монете выпал герб).

Так как вероятности выпадения герба и цифры одинаковы (монеты симметричны), получаем, что $P(A_1) = 0,5$; $P(A_2) = 0,5$.

Противоположные события:

$\overline{A_1}$ = (На 1-ой монете выпала цифра),

$\overline{A_2}$ = (На 2-ой монете выпала цифра).

Вероятности: $P(\overline{A_1}) = 0,5$; $P(\overline{A_2}) = 0,5$.

$X = 0$, если на обеих монетах выпала цифра, то есть

$$P(X = 0) = P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

$X = 1$, если на первой монете выпал герб, а на второй цифра или на первой монете выпала цифра, а на второй – герб:

$$P(X = 1) = P(\overline{A_1} \cdot A_2 + A_1 \cdot \overline{A_2}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) + P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

$X = 2$, если на обеих монетах выпал герб, то есть

$$P(X = 2) = P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Получаем закон распределения:

X	0	1	2
P	1/4	1/2	1/4

Математическое ожидание: $M(X) = 0 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} = 1$.