Тема: Формула полной вероятности (Свешников, №6.14)

ЗАДАНИЕ. *В ящике находятся 15 теннисных мячей, из которых 9 новых. Для первой игры наугад берутся три мяча, которые после игры возвращаются в ящик. Для второй игры также наугад берутся три мяча. Найти вероятность того, что все мячи, взятые для второй игры, новые.*

РЕШЕНИЕ.

В коробке было 15 мячей: 6 старых и 9 новых.
Введем гипотезы:
H1 = (для первой игры взяли 3 новых мяча). После возвращения в ящике будет 9 старых и 6 новых мячей.
H2 = (для первой игры взяли 2 новых и 1 старый мяч). После возвращения в ящике будет 8 старых и 7 новых мячей.
H3 = (для первой игры взяли 1 новый и 2 старых мяча). После возвращения в ящике будет 7 старых и 8 новых мячей.
H4 = (для первой игры взяли 3 старых мяча). После возвращения в ящике будет 6 старых и 9 новых мячей.

Найдем вероятности этих гипотез по классическому определению вероятности:

$$P(H1)=\frac{C_9^3}{C_{15}^3}=\frac{84}{455},$$

$$P(H2)=\frac{C_9^2\cdot C_6^1}{C_{15}^3}=\frac{36\cdot 6}{455}=\frac{216}{455},$$

$$P(H3)=\frac{C_9^1\cdot C_6^2}{C_{15}^3}=\frac{9\cdot 15}{455}=\frac{135}{455},$$

$$P(H4)=\frac{C_6^3}{C_{15}^3}=\frac{20}{455}.$$

Введем событие A = (Из коробки после возвращения для второй игры вынуты три новых мяча). Найдем условные вероятности

$$P(A|H1)=\frac{C_6^3}{C_{15}^3}=\frac{20}{455},$$

$$P(A|H2)=\frac{C_7^3}{C_{15}^3}=\frac{35}{455},$$

$$P(A|H3)=\frac{C_8^3}{C_{15}^3}=\frac{56}{455},$$

$$P(A|H4)=\frac{C_9^3}{C_{15}^3}=\frac{84}{455},$$

Вероятность события A найдем по формуле полной вероятности:

$$P(A)=P(A|H1)P(H1)+P(A|H2)P(H2)+P(A|H3)P(H3)+P(A|H4)P(H4)=$$
$$=\frac{84}{455}\cdot\frac{20}{455}+\frac{216}{455}\cdot\frac{35}{455}+\frac{135}{455}\cdot\frac{56}{455}+\frac{20}{455}\cdot\frac{84}{455}=\frac{528}{5915}\approx 0,089.$$

Ответ: 0,089.