

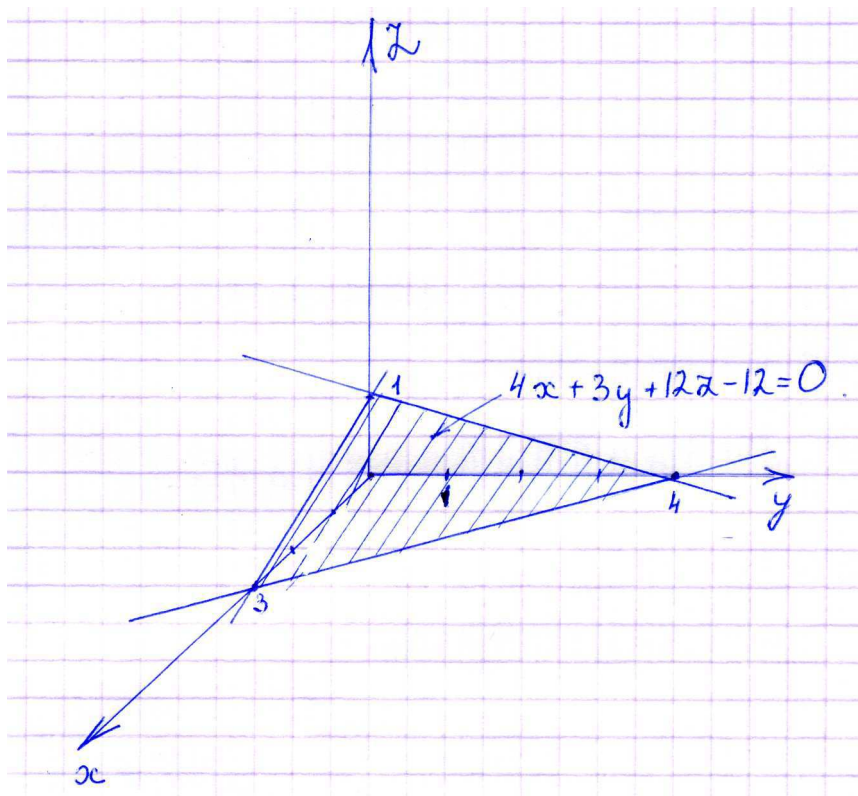
### Пример решения задачи: поверхностный интеграл 1-го рода

ЗАДАНИЕ.

Вычислить  $\iint_{\sigma} (5x - 3y + 3z) d\sigma$ , где  $\sigma$  – часть плоскости

$P: 4x + 3y + 12z - 12 = 0$ , ограниченная координатными плоскостями.

РЕШЕНИЕ.



Запишем уравнение плоскости в виде:  $z = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y + 1$ .

$$z'_x = -\frac{1}{3}; z'_y = -\frac{1}{4}.$$

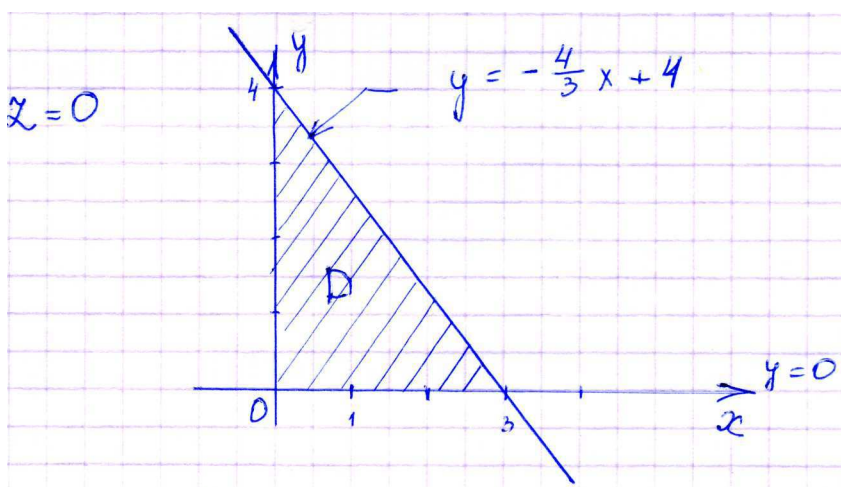
Интеграл найдем по формуле:

$$\iint_{\sigma} f(x; y; z) d\sigma = \iint_D f(x; y; z(x; y)) \cdot \sqrt{1 + z'^2_x + z'^2_y} dx dy.$$

$$\begin{aligned}\iint_{\sigma} (5x - 3y + 3z) d\sigma &= \iint_D (5x - 3y - x - \frac{3}{4}y + 3) \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{16}} dx dy = \\ &= \frac{13}{12} \iint_D (4x - \frac{15}{4}y + 3) dx dy.\end{aligned}$$

Пределы интегрирования:

Плоскость  $xOy$ :  $z = 0$ ;



$$4x + 3y - 12 = 0; \quad y = -\frac{4}{3}x + 4;$$

$x$ : от  $x=0$  до  $x=3$ ;

$y$ : от  $y=0$  до  $y = -\frac{4}{3}x + 4$ ;

$$\begin{aligned}\frac{13}{12} \iint_D (4x - \frac{15}{4}y + 3) dx dy &= \frac{13}{12} \int_0^3 dx \int_0^{-\frac{4}{3}x+4} (4x - \frac{15}{4}y + 3) dy = \\ &= \frac{13}{12} \int_0^3 dx \cdot (4xy - \frac{15}{8}y^2 + 3y) \Big|_0^{-\frac{4}{3}x+4} = \\ &= \frac{13}{12} \int_0^3 dx \cdot (4x(-\frac{4}{3}x + 4) - \frac{15}{8} \cdot (-\frac{4}{3}x + 4)^2 + 3(-\frac{4}{3}x + 4)) =\end{aligned}$$

Решение задачи по поверхностным интегралам скачано с  
[https://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?pl=mapoint](https://www.matburo.ru/ex_ma.php?pl=mapoint)

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

$$\begin{aligned}\frac{13}{12} \int_0^3 (-2x^2 + 32x - 18) dx &= \frac{13}{6} \int_0^3 (-x^2 + 16x - 9) dx = \frac{13}{6} \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{16x^2}{2} - 9x \right) \Big|_0^3 = \\ \frac{13}{6} \left( -\frac{x^3}{3} + 8x^2 - 9x \right) \Big|_0^3 &= \frac{13}{6} \left( -\frac{3^3}{3} + 8 \cdot 3^2 - 27 \right) = \frac{13}{6} (-9 + 72 - 27) = 78.\end{aligned}$$

**Ответ.** 78.