

Решение задачи на ранговую корреляцию Коэффициенты Кендалла и Спирмена

ЗАДАНИЕ. При дегустации 10 сортов продукции двумя специалистами были получены следующие оценки:

I- 3,5,10,5,4,2,3,2,1,7

II- 5,1,9,4,3,1,2,7,8,5

Используя различные показатели тесноты связи установить, есть ли связь между оценками первого и второго специалистов.

РЕШЕНИЕ. Так как речь идет об оценке одного объекта разными экспертами, используем выборочный коэффициент корреляции Спирмена. Для этого нужно сначала приписать оценкам ранги (так как встречаются одинаковые значения оценок, текущие данные использовать сразу для расчетов нельзя).

Присвоим ранги x_i оценкам первого специалиста. Располагаем в возрастающем порядке первые оценки, сохраняя связь между оценками:

x_i	y_i
1	8
2	1
2	7
3	5
3	2
4	3
5	1
5	4
7	5
10	9

Их ранги равны порядковым номерам (ранги одинаковых оценок – среднее арифметическое):

ранг	оценка
1	1
2,5	2
2,5	2
4,5	3
4,5	3
5	4
7,5	5
7,5	5
9	7
10	10

Найдем ранги y_i . Сначала расположим эти оценки в возрастающем порядке и пронумеруем их:

ранг	оценка
1,5	1
1,5	1
3	2
4	3
5	4
6,5	5
6,5	5
8	7
9	8
10	9

Дальше все ранги сводим в единую таблицу:

x_i	y_i
1	9
2,5	1,5
2,5	8
4,5	6,5
4,5	3
5	4
7,5	1,5
7,5	5
9	6,5
10	10

Проводим расчеты:

1	9	8	64
2,5	1,5	-1	1
2,5	8	5,5	30,25
4,5	6,5	2	4
4,5	3	-1,5	2,25
6	4	-2	4
7,5	1,5	-6	36
7,5	5	-2,5	6,25
9	6,5	-2,5	6,25
10	10	0	0
Сумма	55	0	154

Находим коэффициент ранговой корреляции Спирмена:

$$\rho_B = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6 \cdot 154}{10^3 - 10} \approx 0,067.$$

Коэффициент близок к нулю, связь между оценками слабая.

Вычислим для сравнения коэффициент корреляции Кендалла. Записываем последовательности рангов (упорядочим первые ранги по возрастанию) и значения R_i :

x_i	y_i	R_i
1	9	1
2,5	1,5	7
2,5	8	1
4,5	6,5	1
4,5	3	4
6	4	3
7,5	1,5	3
7,5	5	2
9	6,5	1
10	10	0
Сумма		23

$R_1 = 1$, так как в столбце y_i ниже $y_1 = 9$ есть ровно 1 значение, больших 9. $R_2 = 7$, так как в столбце y_i ниже $y_2 = 1,5$ есть ровно 7 значений, больших 1,5. Аналогично заполняем дальше.

Получаем коэффициент ранговой корреляции Кендалла:

$$\tau_B = \frac{4R}{n(n-1)} - 1 = \frac{4 \cdot 23}{10(10-1)} - 1 \approx 0,022.$$

Он также показывает слабую зависимость между оценками специалистов.