

## Многокритериальная оптимизация

### ЗАДАНИЕ.

Определить тип задачи и найти оптимальное решение, всеми способами.

Фирма имеет возможность реализовывать свои товары на 4-х различных рынках (альтернативы A1 A2, A3 A4). При этом ставятся одновременно следующие цели: минимизация затрат на рекламу, завоевание максимальной доли рынка и максимальный объем продаж в течение планируемого периода. Исходные данные приведены в таблице.

Альтернативы (рынки)	Цели (критерии)		
	Реклама, тыс. грн	Доля рынка	Объем продаж
	$f_1$	$f_2$	$f_3$
A1	10	50	100
A2	7	48	85
A3	12	50	94
A4	9	62	90

Найти оптимальный вариант.

### РЕШЕНИЕ.

Это задача 3-критериальной оптимизации.

$$f_1 = 10x_1 + 7x_2 + 12x_3 + 9x_4 \rightarrow \min$$

$$f_2 = 50x_1 + 48x_2 + 50x_3 + 62x_4 \rightarrow \max$$

$$f_3 = 100x_1 + 85x_2 + 94x_3 + 90x_4 \rightarrow \max$$

Однако ограничений по переменным у нас нет.

#### 1. Метод равномерной оптимизации.

На основе данных 3 критериев формируем 1:

$$f = -f_1 + f_2 + f_3 =$$

$$= (-10 + 50 + 100)x_1 + (-7 + 48 + 85)x_2 + (-12 + 50 + 94)x_3 + (-9 + 62 + 90)x_4 =$$

$$= 140x_1 + 126x_2 + 132x_3 + 143x_4$$

Полученную функцию – максимизируем, то есть максимально увеличиваем значения  $x_{1-4}$ .

## 2. Метод свертывания критериев

Тут необходимо ввести веса критериев.

Если все критерии равнозначны, то

$$\begin{aligned} f &= -f_1 + f_2 + f_3 = \\ &= (-10/3 + 50/3 + 100/3)x_1 + (-7/3 + 48/3 + 85/3)x_2 + \\ &+ (-12/3 + 50/3 + 94/3)x_3 + (-9/3 + 62/3 + 90/3)x_4 = \\ &= \frac{140}{3}x_1 + \frac{126}{3}x_2 + \frac{132}{3}x_3 + \frac{143}{3}x_4 \end{aligned}$$

В данной функции все коэффициенты положительны, полученную функцию – максимизируем, то есть тут также максимально увеличиваем значения  $x_{1-4}$ .

А вот, например, если вес 1-го критерия = 0,9, остальных по 0,05:

$$\begin{aligned} f &= -f_1 + f_2 + f_3 = \\ &= (-10 \cdot 0,9 + 50 \cdot 0,05 + 100 \cdot 0,05)x_1 + (-7 \cdot 0,9 + 48 \cdot 0,05 + 85 \cdot 0,05)x_2 + \\ &+ (-12 \cdot 0,9 + 50 \cdot 0,05 + 94 \cdot 0,05)x_3 + (-9 \cdot 0,9 + 62 \cdot 0,05 + 90 \cdot 0,05)x_4 = \\ &= -1,5x_1 + 0,35x_2 - 3,6x_3 - 0,5x_4 \end{aligned}$$

В данной функции **не все** коэффициенты положительны, полученную функцию – максимизируем, то есть тут максимально увеличиваем значения  $x_2$ , и уменьшаем значения  $x_1, x_3, x_4$ .

## 3. Метод главного критерия

В данном случае, если первый критерий главный, то все переменные – минимизируем, если главный – второй или третий – то все переменные максимизируем.