

Операционное исчисление Нахождение свертки функций

ЗАДАНИЕ.

Найти свертку функций $f(t) = 1$ и $\varphi(t) = \sin 5t$.

РЕШЕНИЕ.

Свертка функций $f_1(t), f_2(t)$:

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_0^t f_1(t - \tau) \cdot f_2(\tau) d\tau = \int_0^t f_1(\tau) \cdot f_2(t - \tau) d\tau$$

Используя теорему об умножении изображений, получим, что

$$f(t) * \varphi(t) \leftrightarrow F(p) \cdot \Phi(p)$$

Используем таблицу оригиналов и изображений:

$$f(t) = 1 \leftrightarrow \frac{1}{p}; F(p) = \frac{1}{p}$$
$$\varphi(t) = \sin 5t \leftrightarrow \frac{5}{p^2 + 25}; \Phi(p) = \frac{5}{p^2 + 25}$$

Получим

$$f(t) * \varphi(t) \leftrightarrow \frac{1}{p} \cdot \frac{5}{p^2 + 25}$$

По полученному изображению найдем оригинал.

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{5}{p^2 + 25} = \frac{A}{p} + \frac{Bp + C}{p^2 + 25} = \frac{(A + B)p^2 + Cp + 25A}{p(p^2 + 25)}$$

$$(A + B)p^2 + Cp + 25A = 5$$

$$\begin{cases} A + B = 0 \\ C = 0 \\ 25A = 5 \end{cases}; A = \frac{1}{5}; B = -\frac{1}{5}; C = 0$$

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{5}{p^2 + 25} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{p} - \frac{1}{5} \cdot \frac{p}{p^2 + 25}$$

Используем таблицу оригиналов и изображений:

$$\frac{1}{p} \leftrightarrow 1; \frac{p}{p^2 + 25} \leftrightarrow \cos 5t$$

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{5}{p^2 + 25} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{p} - \frac{1}{5} \cdot \frac{p}{p^2 + 25} \leftrightarrow \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \cos 5t$$

Итак,

Задача по операционному исчислению скачана с
https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=maoper

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

$$f(t) * \varphi(t) = \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \cos 5t$$

ОТВЕТ.

$$f(t) * \varphi(t) = \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \cos 5t$$