

Решение задачи Коши операторным методом

ЗАДАНИЕ.

Найти частное решение дифференциального уравнения с заданными начальными условиями операторным методом

$$x' + x = 4e^t; \quad x(0) = 2;$$

РЕШЕНИЕ.

Перейдем к изображениям:

$$x(t) \Leftrightarrow X(p),$$

$$x'(t) \Leftrightarrow pX(p) - x(0) = pX(p) - 2,$$

$$4e^t = \frac{4}{(p-1)}.$$

Подставляем все и получаем обычное алгебраическое уравнение:

$$pX(p) - 2 + X(p) = \frac{4}{p-1},$$

$$(p+1)X(p) = \frac{4}{p-1} + 2,$$

$$(p+1)X(p) = \frac{4+2p-2}{p-1},$$

$$X(p) = \frac{2+2p}{(p-1)(p+1)},$$

$$X(p) = \frac{2}{(p-1)}.$$

Возвращаемся к оригиналам:

$$X(p) = \frac{2}{(p-1)} \Leftrightarrow 2e^t = x(t).$$

ОТВЕТ: Решение задачи Коши: $x(t) = 2e^t$.