

Решение задачи по комбинаторике (прямой подсчет)

ЗАДАНИЕ.

Каких чисел от 1 до 1 000 000 больше: тех, в записи которых встречается единица, или тех, в которых она не встречается?

РЕШЕНИЕ.

Подсчитаем количество чисел от 1 до 999999 (число 1 000 000 содержит единицу, его сразу отбросим), в записи которых нет единиц. Каждую цифру можно выбрать 9 способами (любая цифра кроме 1), поэтому все 6 цифр (по правилу произведения) можно выбрать 9^6 способами (если в числе до значащих цифр стоят нули, мы их просто отбрасываем). При этом один вариант (000000) нужно убрать, так как число 0 не рассматривается. Получаем всего $N = 9^6 - 1 = 531440$ чисел.

Так как всего чисел 1 000 000, то видно, что чисел без единицы среди чисел от 1 до 1 000 000 больше, чем тех, в записи которых единица есть.