

Тема: Матрица линейного оператора

ЗАДАНИЕ. Найти в ортонормированном базисе i, j, k матрицу линейного оператора $f: E^3 \rightarrow E^3$, переводящего любой вектор x в вектор $y = f(x)$.

$$f(x) = (a, x)a, \text{ если } a = i - j + 2k$$

РЕШЕНИЕ:

Пусть вектор $x = x_1i + x_2j + x_3k$.

Тогда

$$\begin{aligned} y = f(x) &= (a, x)a = (x_1 - x_2 + 2x_3)(i - j + 2k) = \\ &= i(x_1 - x_2 + 2x_3) + j(-x_1 + x_2 - 2x_3) + k(2x_1 - 2x_2 + 4x_3) \end{aligned}$$

Получаем, что вектор $x = x_1i + x_2j + x_3k$ переводится в вектор

$$y = i(x_1 - x_2 + 2x_3) + j(-x_1 + x_2 - 2x_3) + k(2x_1 - 2x_2 + 4x_3).$$

Матрица такого линейного преобразования $y = Ax$ имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$