Пример решения задачи по дискретной математике

Тема: Множества

Задано универсальное множество $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ *и множества* $X=\{1,3,6,7\}, Y=\{3,4,7,8\}, Z=\{3,4,7,8\}$. *Записать булеан множества X, любое разбиение множества Y, покрытие множества Z. Выполнить действия* $(X \setminus Y)\cap \overline{Z}$.

Решение:

Булеаном $B(X)$ множества X называется множество всех подмножеств множества X.

Если множество X содержит n элементов, его булеан содержит 2^n подмножеств – в нашем случае $2^4 = 16$ подмножеств.

Будем записывать номер подмножества четырёхразрядным двоичным числом от 0 до 15, включая в подмножество только те элементы, которым соответствует единица в двоичном разряде:

Булеан множества X

Номер подмножества	Двоичная запись номера	Подмножества множества $X=\{1,3,6,7\}$
0	0000	$\{\} = \varnothing$
1	0001	$\{7\}$
2	0010	$\{6\}$
3	0011	$\{6,7\}$
4	0100	$\{3\}$
5	0101	$\{3,7\}$
6	0110	$\{3,6\}$
7	0111	$\{3,6,7\}$
8	1000	$\{1\}$
9	1001	$\{1,7\}$
10	1010	$\{1,6\}$
11	1011	$\{1,6,7\}$
12	1100	$\{1,3\}$

13	1101	{1,3, 7}
14	1110	{1,3,6 }
15	1111	{1,3,6,7}

Следовательно, для множества $X = \{1,3,6,7\}$ булеаном является множество

$B(X)$ $=\{\varnothing,\{1\},\{3\},\{6\},\{7\},\{1,3\},\{1,6\},\{1,7\},\{3,6\},\{3,7\},\{6,7\},\{1,3,6\},\{1,3,7\},\{1,6,7\},$ $\{3,6,7\},\{1,3,6,7\}\}$.

Разбиением $R(Y)$ множества Y называется система его непустых непересекающихся подмножеств, в объединении дающая множество Y.

Для множества $Y = \{3,4,7,8\}$ можно построить разбиение $R_1(Y)$ $=\{\{3,7\},\{4,8\}\}$, состоящее из двух блоков разбиения, или разбиение $R_2(Y)$ $=\{\{7,8\},\{3\},\{4\}\}$, состоящее из трёх блоков разбиения.

Покрытием $P(Z)$ множества Z называется система его непустых подмножеств, в объединении дающая множество Z. Блоки могут иметь общие элементы.

Для множества $Z = \{3,4,7,8\}$ покрытиями являются системы множеств $P_1(Z) =\{\{3,7\},\{3,4,8\}\}$ и $P_2(Z) =\{\{8\},\{3,4\},\{3,7,8\}\}$.

Находим множество $(X \setminus Y) \cap \overline{Z}$.

Разность множеств $X = \{1,3,6,7\}$ и $Y = \{3,4,7,8\}$: $X \setminus Y = \{1,6\}$;

дополнение множества $Z = \{3,4,7,8\}$ до универсального множества

$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$: $\overline{Z} = \{1,2,5,6\}$;

пересечение множеств: $(X \setminus Y) \cap \overline{Z} = \{1,6\}$.