## Задача скачана с сайта <a href="www.MatBuro.ru">www.MatBuro.ru</a> ©МатБюро - Решение задач по высшей математике

## Тема: Числовые и функциональные ряды

ЗАДАНИЕ. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2+1}$ 

## Решение:

Сравним данный ряд по предельному признаку сравнения со сходящимся рядом

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$
 (обобщенный гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  с показателем  $p=2>1$ ):

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\sin^2 n}{n^2 + 1} : \frac{1}{n^2} = \lim_{n \to \infty} \frac{\sin^2 n}{n^2 + 1} n^2 = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{n \to \infty} \sin^2 n \frac{1}{1 + 1/n^2} = \left|\sin^2 n \le 1\right| = 1 \neq 0, \infty.$$

Таким образом, исходный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2+1}$  также <u>сходится</u>.