

Микроэкономика, пример решения задачи Производственная функция. Замена ресурсов

ЗАДАНИЕ.

Производственная функция коммерческого предприятия имеет вид

$f(x_1, x_2) = 10\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2}$, где f - товарооборот, тыс. руб.; x_1 - производственная площадь, м²; x_2 - численность работников, сотни человек. Рассмотрите изокванту уровня $y_0 = \sqrt{100 + \delta}$ и найдите точку C_1 с координатами (\bar{x}_1, \bar{x}_2) , где $\bar{x}_1 = \frac{\delta - 100}{100}$, и точку C_2 с координатами (\bar{x}_1', \bar{x}_2') , где $\bar{x}_2' = \frac{\delta - 300}{100}$. Сделайте

вывод о возможности замены ресурсов (\bar{x}_1, \bar{x}_2) и (\bar{x}_1', \bar{x}_2') . Полученные результаты изобразите графически.

РЕШЕНИЕ.

Рассмотрим изокванту уровня $y_0 = \sqrt{100 + \delta} = \sqrt{100 + 522} \approx 24,94$, то есть

$$f(x_1, x_2) = 10\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} = y_0 = 24,94, \text{ откуда}$$

$$10\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} = 24,94,$$

$$\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} = 2,494,$$

$$x_1 \cdot x_2 = 6,22,$$

$$x_2 = \frac{6,22}{x_1}.$$

Таким образом, уравнение изокванты имеет вид $x_2 = \frac{6,22}{x_1}$, это гипербола, она

описывает обратно пропорциональную зависимость.

Найдем точку C_1 с координатами (\bar{x}_1, \bar{x}_2) , где $\bar{x}_1 = \frac{\delta - 100}{100} = \frac{522 - 100}{100} = 4,22$,

поэтому $\bar{x}_2 = \frac{6,22}{\bar{x}_1} = \frac{6,22}{4,22} \approx 1,474$. Получили точку $C_1(4,22; 1,474)$.

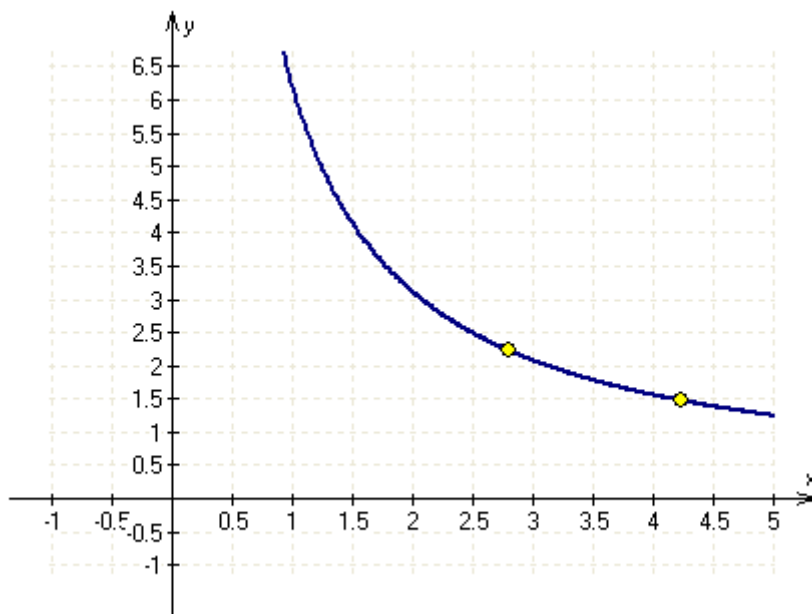
Найдем точку C_2 с координатами (\bar{x}_1', \bar{x}_2') , где $\bar{x}_2' = \frac{\delta - 300}{100} = \frac{522 - 300}{100} = 2,22$,

поэтому .

$\bar{x}_1' = \frac{6,22}{\bar{x}_2'} = \frac{6,22}{2,22} \approx 2,802$. Получили точку $C_2(2,802; 2,22)$.

Поскольку точки $C_1(4,22; 1,474)$ и $C_2(2,802; 2,22)$ расположены на одной изокванте, значение производственной функции (товарооборот) в этих точках одинаково, поэтому данные наборы ресурсов взаимозаменяемы. Определить, какой набор более выгоден можно в условиях реальной экономической ситуации.

Изобразим данные графически:



На графике изображена изокванта функции товарооборота, соответствующая значению товарооборота 24,94 тыс. руб. Товарооборот зависит от двух параметров (переменных): x_1 - производственная площадь, м²; x_2 - численность работников, сотни человек, которые отложены по оси абсцисс и ординат соответственно. Существует бесконечное число комбинаций площадь и численности работников, при которых товарооборот сохраняется (см. кривую), причем существует гиперболическая зависимость: чем больше площадь, тем меньше требуется работников и наоборот, чем больше работников, тем меньше требуется площадь производственных помещений. На графике (на изокванте) отмечены две точки, соответствующие рассмотренным в задаче комбинациям: $C_1(4,22; 1,474)$ и $C_2(2,802; 2,22)$.