

Микроэкономика, пример решения задачи Построение функции Кобба-Дугласа

ЗАДАНИЕ.

На основании следующих данных построить производственную функцию Кобба-Дугласа.

Год	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Y _i	246	258	264	280	294	309	317	334	351	377
K _i	466	508	553	597	642	690	741	792	847	903
L _i	63,9	64,8	65,8	66,6	67,4	68,2	68,8	69,1	69,8	70,3

Здесь Y_i - производственный национальный доход (млрд. руб.), K_i - среднегодовые основные производственные фонды (млрд. руб.), L_i - среднегодовая численность занятых в материальном производстве (млн. чел.). Имеется прогноз на 1997 год: основных производственных фондов $K_{1996} \cdot 1,0N$ млн. руб. и трудовых ресурсов $L_{1996} \cdot 1,0N$, где $N = 01, 02, \dots, 30$ (номер) млн. чел. На основании полученной производственной функции сделать точечный прогноз национального дохода на 1997 год.

РЕШЕНИЕ.

Производственная функция Кобба-Дугласа имеет вид $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$, где K - затраты капитала, L - затраты труда, A, α - параметры. Поделив это

равенство на L , положив $y = \frac{Y}{L}$, $k = \frac{K}{L}$, прологарифмировав обе части,

получим $\ln y = \ln A + \alpha \ln k$.

Определим параметры A, α из этого равенства с помощью линейного

регрессионного анализа. Сначала приведем данные к переменным $y = \frac{Y}{L}$,

$k = \frac{K}{L}$, поделив на L соответствующие столбцы.

	y_i	$\ln y_i$	k_i	$\ln k_i$	$\ln^2 k_i$	$\ln y_i \cdot \ln k_i$
	3,8498	1,3480	7,2926	1,9869	3,9476	2,6783
	3,9815	1,3817	7,8395	2,0592	4,2402	2,8451
	4,0122	1,3893	8,4043	2,1287	4,5315	2,9575
	4,2042	1,4361	8,9640	2,1932	4,8102	3,1496
	4,3620	1,4729	9,5252	2,2539	5,0803	3,3199
	4,5308	1,5109	10,1173	2,3142	5,3557	3,4966
	4,6076	1,5277	10,7703	2,3768	5,6492	3,6310
	4,8336	1,5756	11,4616	2,4390	5,9488	3,8429
	5,0287	1,6152	12,1347	2,4961	6,2303	4,0315
	5,3627	1,6795	12,8450	2,5530	6,5176	4,2876
Сумма	44,7729	14,9368	99,3545	22,8010	52,3114	34,2401
Среднее	4,4773	1,4937	9,9355	2,2801	5,2311	3,4240
	\bar{y}	$\overline{\ln y}$	\bar{k}	$\overline{\ln k}$	$\overline{\ln^2 k}$	$\overline{\ln y \cdot \ln k}$

Составим систему:

$$\begin{cases} \ln A + 2,2801 \cdot \alpha = 1,4937 \\ 2,2801 \cdot \ln A + 5,2311 = 3,4240 \end{cases}$$

Определим коэффициенты:

$$\alpha = \frac{\overline{\ln y \cdot \ln k} - \overline{\ln y} \cdot \overline{\ln k}}{(\overline{\ln k})^2 - \overline{\ln^2 k}} = 0,566$$

$$\ln A = \overline{\ln y} - \overline{\ln k} \cdot \alpha = 0,204$$

$$A = e^{0,204} = 1,226$$

Запишем функцию в виде $Y = 1,226 \cdot K^{0,566} \cdot L^{0,434}$

На основании полученной производственной функции сделаем точечный прогноз национального дохода на 1997 год. Вычислим:

$$K_{1997} = K_{1996} \cdot 1,013 = 903 \cdot 1,013 = 914,739 \text{ млн. руб.}$$

$$L_{1997} = L_{1996} \cdot 1,013 = 70,3 \cdot 1,013 = 71,2139, \text{ млн. чел.}$$

Подставляем:

$$Y_{1997} = 1,226 \cdot 914,739^{0,566} \cdot 71,2139^{0,434} = 370,088$$