

Пример решения задачи Разностные уравнения

ЗАДАНИЕ.

Решить разностное уравнение:

$$y(x+2) - 4y(x+1) + 4y(x) = 2^x.$$

РЕШЕНИЕ.

Составляем характеристическое уравнение для однородного уравнения

$$y(x+2) - 4y(x+1) + 4y(x) = 0,$$

$$k^2 - 4k + 4 = 0.$$

Решаем это уравнение:

$$k_{1,2} = 2.$$

Тогда общее решение однородного уравнения можно записать в следующем виде:

$$Y(x) = C_1 2^x + C_2 2^x \cdot x.$$

Найдем также частное решение неоднородного уравнения методом

неопределенных коэффициентов. Будем искать его в виде: $\bar{y}(x) = A \cdot 2^x \cdot x^2$.

Подставляем:

$$A \cdot 2^{x+2} \cdot (x+2)^2 - 4A \cdot 2^{x+1} \cdot (x+1)^2 + 4A \cdot 2^x \cdot x^2 = 2^x,$$

$$A \cdot 4 \cdot (x^2 + 4x + 4) - 4A \cdot 2 \cdot (x^2 + 2x + 1) + 4A \cdot x^2 = 1,$$

$$4A(x^2 + 4x + 4 - 2x^2 - 4x - 2 + x^2) = 1,$$

$$8A = 1,$$

$$A = \frac{1}{8}$$

То есть, $\bar{y}(x) = \frac{1}{8} \cdot 2^x \cdot x^2$.

Решение задачи по разностным уравнениям скачано с
https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=marazn

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

Тогда общее решение неоднородного разностного уравнения имеет вид:

$$y(x) = Y(x) + \bar{y}(x) = C_1 2^x + C_2 2^x \cdot x + \frac{1}{8} \cdot 2^x \cdot x^2.$$