Доказательство кратности методом математической индукции

Задание. *Используя метод математической индукции, докажите, что для любого натурального числа* n *истинно следующее утверждение:*
$6^{2n-2}+3^{n+1}+3^{n-1}$ *кратно 11.*

Решение. База индукции. Положим $n=1$, получаем $6^0+3^2+3^0=1+9+1=11$, это число кратно 11. Верно.

Предположение индукции. Полагаем, что утверждение верно для $n=k$, то есть $6^{2n-2}+3^{n+1}+3^{n-1}$ кратно 11.

Индукционный переход. Покажем, что утверждение верно для верно для $n=k+1$, то есть $6^{2n}+3^{n+2}+3^{n}$ кратно 11.

Рассмотрим выражение

$$6^{2n}+3^{n+2}+3^{n}=2^{2n}\cdot 3^{2n}+3^{n+2}+3^{n}=3\cdot\left(2^{2n}\cdot 3^{2n-1}+3^{n+1}+3^{n-1}\right)=$$
$$=3\cdot\left(2^{2}\cdot 3\cdot 2^{2n-2}\cdot 3^{2n-2}+3^{n+1}+3^{n-1}\right)=3\cdot\left(12\cdot 2^{2n-2}\cdot 3^{2n-2}+3^{n+1}+3^{n-1}\right)=$$
$$=3\cdot\left(11\cdot 2^{2n-2}\cdot 3^{2n-2}+2^{2n-2}\cdot 3^{2n-2}+3^{n+1}+3^{n-1}\right)=3\cdot\left(11\cdot 6^{2n-2}+6^{2n-2}+3^{n+1}+3^{n-1}\right).$$

В данном выражении первое слагаемое делится на 11 (так как содержит множитель 11), а второе по предположению индукции.

Таким образом, все это выражение кратно 11, что и требовалось доказать.