

Решение задачи о полноте системы булевых функций

Задача. Является ли полной система функций?

$$J = \{x \rightarrow \neg y, \neg x \wedge y\}.$$

Решение. Будем использовать следующую теорему.

Теорема Поста. Для того чтобы некоторый набор функций K был полным, необходимо и достаточно, чтобы в него входили функции, не принадлежащие каждому из классов T_0, T_1, L, M, S .

Проверим, каким классам принадлежат (не принадлежат) заданные функции:

$$f_1 = x \rightarrow \bar{y}, f_2 = \bar{x} \wedge y.$$

Составим таблицы истинности для каждой функции:

x	y	\bar{x}	\bar{y}	f_1	f_2
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0

Функции, сохраняющие 0: f_2 .

Функции, сохраняющие 1: нет.

Немонотонные функции: f_1, f_2 . Пояснение:

$$(0,0) \prec (1,1), f_1(0,0) = 1 > 0 = f_1(1,1),$$

$$(0,1) \prec (1,1), f_2(0,1) = 1 > 0 = f_2(1,1)$$

Несамодвойственные функции: f_1, f_2 . Пояснение:

$$f_1(0,1) = f_1(1,0) = 1, f_2(0,0) = f_2(1,1) = 0 \text{ (на противоположных наборах принимают одинаковые значения).}$$

Проверим линейность: функция $f_2 = \bar{x} \wedge y = (x \oplus 1)y = xy \oplus y$ нелинейна.

Получили таблицу Поста:

	f_1	f_2
T_0	-	+
T_1	-	-

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

L		-
M	-	-
S	-	-

Видно, что набор функций образует полную систему.