

Решение задачи о логической функции

Задача. Для заданной логической функции:

$$F = (\overline{A \vee B \cdot C}) \cdot (\overline{(B \downarrow C) \cdot D})$$

- найти дизъюнктивную нормальную форму;
- составить таблицу истинности и построить диаграмму Карно;
- получить минимальную дизъюнктивную нормальную форму;
- от минимальной дизъюнктивной нормальной формы перейти к конъюнктивной нормальной форме.

Решение. Преобразуем формулу к виду дизъюнктивной нормальной формы:

$$\begin{aligned} F &= (\overline{A \vee B \cdot C}) \cdot (\overline{(B \downarrow C) \cdot D}) = (\overline{A \vee B \cdot C}) \cdot (\overline{(B \vee C) \cdot D}) = (A \cdot \overline{B \cdot C}) \cdot (\overline{(B \vee C) \vee D}) = \\ &= (A \cdot (\overline{B \vee C})) \cdot (\overline{B \cdot C \vee D}) = A \cdot (\overline{B \vee C}) \cdot (\overline{B \cdot C \vee D}) = A \cdot ((\overline{B \vee C}) \cdot \overline{B \cdot C} \vee (\overline{B \vee C}) \cdot \overline{D}) = \\ &= A \cdot ((\overline{B \cdot B \cdot C} \vee C \cdot \overline{B \cdot C}) \vee (\overline{B \cdot D} \vee C \cdot \overline{D})) = A \cdot (\overline{B \cdot C} \vee \overline{B \cdot D} \vee C \cdot \overline{D}) = A \cdot \overline{B \cdot C} \vee A \cdot \overline{B \cdot D} \vee A \cdot C \cdot \overline{D}. \end{aligned}$$

Получили $F = A \cdot \overline{B \cdot C} \vee A \cdot \overline{B \cdot D} \vee A \cdot C \cdot \overline{D}$.

Составим таблицу истинности для данной формулы.

A	B	C	D	\overline{A}	\overline{C}	$B \cdot \overline{C}$	$\overline{A \vee B \cdot C}$	$\overline{(A \vee B \cdot C)}$	$B \downarrow C$	$\overline{(B \downarrow C)}$	$(B \downarrow C) \cdot D$	$\overline{((B \downarrow C) \cdot D)}$	F
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0

Построим диаграмму Карно по полученной таблице истинности, подставляя единицы в нужные ячейки.

$AB \setminus CD$	11 CD	10 $C\bar{D}$	00 $\bar{C}\bar{D}$	01 $\bar{C}D$
AB 11		1		
$\bar{A}\bar{B}$ 10		1	1	1
$\bar{A}\bar{B}$ 00				
$\bar{A}\bar{B}$ 01				

Получим минимальную дизъюнктивную нормальную форму, используя диаграмму Карно. Объединяем 2 единицы во втором столбце: $AC\bar{D}$ и 2 единицы во второй строке справа: $\bar{A}\bar{B}C$. Все единицы накрыты, минимальная форма $F_{\min} = AC\bar{D} \vee \bar{A}\bar{B}C$

Перейдем от минимальной дизъюнктивной нормальной формы к конъюнктивной нормальной форме:

$$\begin{aligned}
 F &= AC\bar{D} \vee \bar{A}\bar{B}C = A \cdot (C\bar{D} \vee \bar{B}C) = A \cdot (C \vee \bar{B}C) \cdot (\bar{D} \vee \bar{B}C) = \\
 &= A \cdot (C \vee \bar{B}) \cdot (C \vee \bar{C}) \cdot (\bar{D} \vee \bar{C}) \cdot (\bar{D} \vee \bar{B}) = A \cdot (C \vee \bar{B}) \cdot (\bar{D} \vee \bar{C}) \cdot (\bar{D} \vee \bar{B}).
 \end{aligned}$$