

Решение задачи по математической логике

Исчисление предикатов

Дано универсальное множество $U = \{e, d, f, c, g, a, h, b, o, u, l\}$ и
два подмножества $J = \{f, b, g, h, a, c\}$ и $I = \{o, h, b, l, u, a\}$;
два предиката $C(x) = \text{" } x \text{ принадлежит } J \text{"}$ и $B(x) = \text{" } x \text{ принадлежит } I \text{"}$.

Найдите область истинности предикатов:

$$P1(x) = C(x) \vee B(x); P2(x) = C(x) \rightarrow B(x); P3(x) = C(x) \sim B(x); P4(x) = C(x) \& B(x)$$

Решение.

Универсальное множество $U = \{e, d, f, c, g, a, h, b, o, u, l\}$.

Область истинности предиката $C(x)$: $J = \{f, b, g, h, a, c\}$.

Область истинности предиката $B(x)$: $I = \{o, h, b, l, u, a\}$.

Область истинности предиката $P1(x) = C(x) \vee B(x)$:

$$J \cup I = \{f, b, g, h, a, c, o, l, u\}.$$

Область истинности предиката $P2(x) = C(x) \rightarrow B(x)$:

$$\overline{J} \cup I = (U \setminus J) \cup I = \{e, d, o, u, l\} \cup \{o, h, b, l, u, a\} = \{e, d, o, u, l, h, b, a\}.$$

Т.к. $C(x) \sim B(x) = (C(x) \rightarrow B(x)) \& (B(x) \rightarrow C(x))$, то область истинности предиката $P3(x) = C(x) \sim B(x)$ – это элементы, принадлежащие области пересечения множеств $J \cap I$ (оба предиката при этих элементах истинны), и элементы, не принадлежащие ни одному из этих множеств (оба предиката при этих элементах ложны): $\{e, d, a, h, b\}$.

Область истинности предиката $P4(x) = C(x) \& B(x)$:

$$J \cap I = \{b, h, a\}.$$