Тема: Пределы

Задание. *Доказать, что* $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ *(указать* $N(\varepsilon)$*).*

$a_n = \dfrac{n-2}{4+3n}, a = \dfrac{1}{3}$.

Решение:

Нужно показать, что для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $N(\varepsilon)$, что для всех $n > N$ будет выполнено $|a_n - a| < \varepsilon$. Получаем:

$$|a_n - a| = \left|\frac{n-2}{4+3n} - \frac{1}{3}\right| < \varepsilon,$$

$$\left|\frac{3n-6-4-3n}{(4+3n)3}\right| < \varepsilon,$$

$$\left|\frac{-10}{(4+3n)3}\right| < \varepsilon,$$

$$\left|\frac{1}{(4+3n)}\right| < \varepsilon\frac{3}{10},$$

$$4+3n > \frac{1}{\varepsilon\frac{3}{10}},$$

$$3n > \frac{10}{3\varepsilon} - 4,$$

$$n > \frac{10}{9\varepsilon} - \frac{4}{3},$$

$$N(\varepsilon) = \left[\frac{10}{9\varepsilon} - \frac{4}{3}\right]$$

при $\forall n > N(\varepsilon)$ выполняется неравенство $|a_n - a| < \varepsilon$, следовательно $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n-2}{4+3n} = \dfrac{1}{3}$.