

Аналитическая геометрия. Полярная система координат

Пример решения задачи

Задача. Построить по точкам кривую, заданную уравнением в полярной системе координат $\rho = \rho(\varphi)$. Найти уравнение кривой в прямоугольной системе координат, начало которой совмещено с полюсом, а положительная полуось OX с полярной осью.

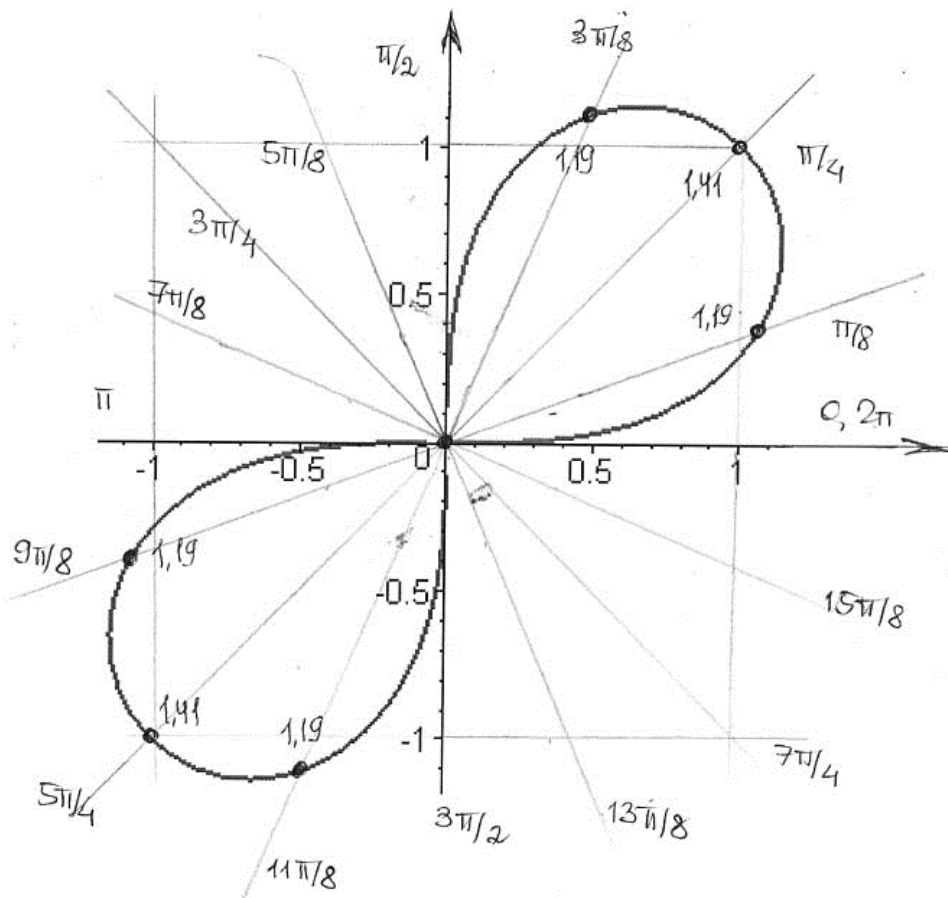
$$\rho^2 = 2 \sin 2\varphi.$$

Указание: для построения кривой выбрать не менее 10 точек.

Решение. Составим таблицу, чтобы построить линию по точкам:

φ	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{8}$
ρ	0	1,19	1,41	1,19	-	-	-	-
φ	π	$\frac{9\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{13\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{15\pi}{8}$
ρ	0	1,19	1,41	1,19	-	-	-	-

Строим линию по точкам:



Найдем уравнение этой линии, перейдя к декартовой системе координат по формулам:

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi. \end{cases}$$

Получаем:

$$\rho^2 = 2 \sin 2\varphi = 4 \cos \varphi \sin \varphi,$$

$$x^2 + y^2 = \frac{4xy}{x^2 + y^2},$$

$$(x^2 + y^2)^2 = 4xy.$$