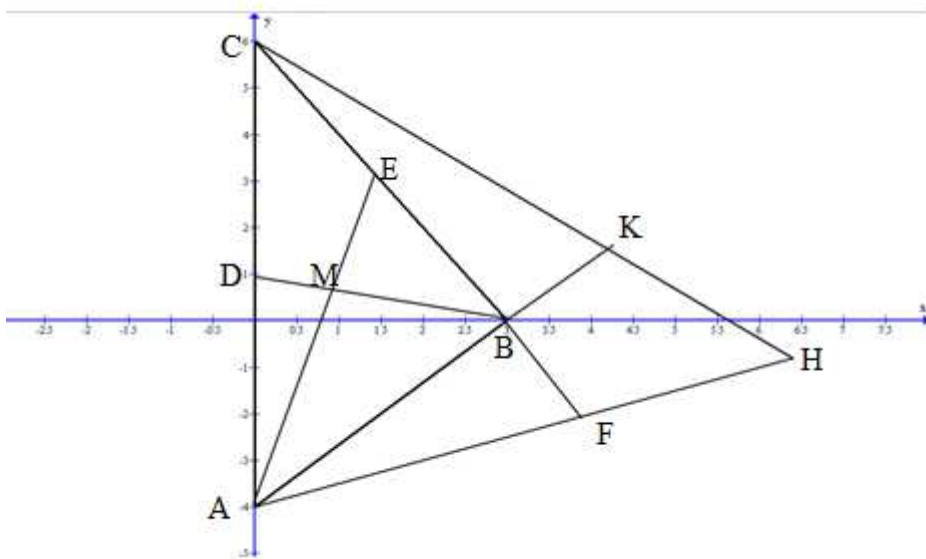


## Аналитическая геометрия на плоскости Пример решения задачи о треугольнике

**Задача.** Найти точку пересечения медиан и точку пересечения высот треугольника:  $A(0, -4)$ ,  $B(3, 0)$  и  $C(0, 6)$ .

**Решение.**

Сделаем чертеж:



1) Найдем координаты точки пересечения медиан (т. М)

Для этого составим уравнения медиан  $AE$  и  $BD$  и найдем координаты точки  $M$  пересечения этих прямых.

Так как  $AE$  – медиана, то точка  $E$  – середина  $BC$ .

$$x_E = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3+0}{2} = 1,5;$$

$$y_E = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0+6}{2} = 3; \quad E(1,5; 3)$$

Уравнение  $AE$ :

$$\frac{x - x_A}{x_E - x_A} = \frac{y - y_A}{y_E - y_A};$$

$$\frac{x-0}{1,5-0} = \frac{y+4}{3+4};$$

$$1,5(y+4) = 7x; \quad 1,5y + 6 = 7x;$$

$$y = \frac{14}{3}x - 4 \text{ - уравнение } AE.$$

Т.к.  $BD$  – медиана, то т.  $D$  – середина  $AC$ .

$$x_D = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0+0}{2} = 0;$$

$$y_D = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-4+6}{2} = 1; \quad D(0; 1)$$

Уравнение  $BD$ :

$$\frac{x-x_D}{x_B-x_D} = \frac{y-y_D}{y_B-y_D}; \quad \frac{x-0}{3-0} = \frac{y-1}{0-1};$$

$$3(y-1) = -x;$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 1 \text{ - уравнение } BD.$$

Координаты т.  $M$ :

$$\begin{cases} y = \frac{14}{3}x - 4; \\ y = -\frac{1}{3}x + 1; \end{cases}$$

$$\frac{14}{3}x - 4 = -\frac{1}{3}x + 1,$$

$$14x - 12 = -x + 3;$$

$$x = 1; \quad y = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}.$$

$M(1; \frac{2}{3})$  - точка пересечения биссектрис.

2) Найдем координаты т. пересечения высот (т.  $H$ ).

Для этого составим уравнения высот  $AF$  и  $CK$  и найдем координаты точки  $H$  пересечения этих прямых.

$$\text{Т. к. } AF \perp CB, \text{ то } k_{AF} = -\frac{1}{k_{CB}}.$$

Составим уравнение  $CB$ :

$$\frac{x - x_C}{x_B - x_C} = \frac{y - y_C}{y_B - y_C};$$

$$\frac{x - 0}{3 - 0} = \frac{y - 6}{0 - 6};$$

$$y = -2x + 6 \quad (k_{CB} = -2)$$

$$k_{AF} = \frac{1}{2};$$

Уравнение  $AF$ :  $y - y_A = k_{AF}(x - x_A)$ ;

$$y + 4 = \frac{1}{2}(x - 0);$$

$$y = \frac{1}{2}x - 4.$$

$$\text{Т. к. } CK \perp AB, \text{ то } k_{CK} = -\frac{1}{k_{AB}}.$$

Составим уравнение  $AB$ :

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

$$\frac{x - 0}{3 - 0} = \frac{y + 4}{0 + 4};$$

$$y = \frac{4}{3}x - 4 \quad (k_{AB} = \frac{4}{3}).$$

$$k_{CK} = -\frac{3}{4};$$

Уравнение  $CK$ :

$$y - y_c = k_{CK}(x - x_c);$$

$$y - 6 = -\frac{3}{4}(x - 0);$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 6.$$

Координаты т. пересечения высот - точки  $H$ :

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 4, \\ y = -\frac{3}{4}x + 6; \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x - 4 = \frac{3}{4}x + 6,$$

$$2x - 8 = -3x + 24;$$

$$x = 6,4; \quad y = \frac{1}{2} \cdot 6,4 - 4 = -0,8.$$

$H(6,4; -0,8)$  - точка пересечения биссектрис.

**Ответ.**  $M(1; \frac{2}{3}); H(6,4; -0,8)$