

## Функциональный анализ

### Решение задачи

**Задание.** Исследовать на равномерную сходимость функциональную последовательность  $f_n(x) = 7^{n(x-3)}$  на множестве  $E=(0; 3)$ .

#### Решение:

Найдем предельную функцию. Поскольку  $x \in (0;3)$ , то выражение  $(x-3) < 0$ . Значит, при любом фиксированном  $x$  из  $E$   $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} 7^{n(x-3)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{7^{n(3-x)}} = 0$ . Для того чтобы найти  $\sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)|$ , найдем корни уравнения  $f'_n(x) = n7^{n(x-3)} \ln 7 = 0$ . Равенство не выполняется ни для каких значений  $x$ . Поскольку  $f'_n(x) = n7^{n(x-3)} \ln 7 > 0$  при любых значениях  $x$ , то функция  $f_n(x)$  возрастает на промежутке  $(0; 3)$ . Значит,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f_n(3) = 1 \neq 0, \quad \text{следовательно,}$$

последовательность сходится неравномерно.

**Ответ:** сходится неравномерно.