

Задача по эконометрике с решением в Excel. Выполнена в <https://www.matburo.ru/>

©МатБюро – Решение задач по математике, экономике, программированию

Задача решена в Excel с полным отчетом в Word.

Расчетный файл выложен на странице https://www.matburo.ru/ex_ec.php?p1=ecexcel

Эконометрика. Парная регрессия

Задание.

Для исходных данных, приведенных ниже, рассчитайте

x	y
4,2	33,3
4,0	33,2
4,1	33,4
4,3	33,7
4,4	34,2
4,6	34,6
4,5	34,1
4,2	34,4

коэффициенты линейного регрессионного уравнения

рассчитайте остаточную дисперсию

вычислите значения коэффициентов корреляции и детерминации

рассчитайте коэффициент эластичности

рассчитайте доверительные границы уравнения регрессии (по уровню 0,95, $t=2,44$)

в одной системе координат постройте: уравнение регрессии, экспериментальные точки, доверительные границы уравнения регрессии

Решение.

1. Для расчета параметров уравнения линейной регрессии строим расчетную таблицу

№	x	y	x·y	x ²	y ²	y(x)	e=y(x)-y	e ²	(x-x _{cp}) ²	(y-y _{cp}) ²	(y(x)-y _{cp}) ²	(y-y(x))/y
1	4,2	33,3	139,86	17,64	1108,89	33,682	0,382	0,146	0,008	0,316	0,033	1,1%
2	4,0	33,2	132,8	16	1102,24	33,269	0,069	0,005	0,083	0,439	0,352	0,2%
3	4,1	33,4	136,94	16,81	1115,56	33,475	0,075	0,006	0,035	0,214	0,150	0,2%
4	4,3	33,7	144,91	18,49	1135,69	33,888	0,188	0,035	0,000	0,026	0,001	0,6%
5	4,4	34,2	150,48	19,36	1169,64	34,095	-0,105	0,011	0,013	0,114	0,054	0,3%
6	4,6	34,6	159,16	21,16	1197,16	34,508	-0,092	0,009	0,098	0,544	0,416	0,3%
7	4,5	34,1	153,45	20,25	1162,81	34,301	0,201	0,041	0,045	0,056	0,193	0,6%
8	4,2	34,4	144,48	17,64	1183,36	33,682	-0,718	0,516	0,008	0,289	0,033	2,1%
Сумма	34,3	270,9	1162,08	147,35	9175,35	270,9	0,00	0,768	0,289	1,999	1,231	5,4%
Среднее	4,29	33,86	145,260	18,419	1146,919	33,863	0,000	0,096	0,036	0,250	0,154	0,7%

Уравнение регрессии

$$b = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} = \frac{145,26 - 33,86 \cdot 4,29}{18,419 - 4,29^2} = 2,065$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 33,86 - 2,065 \cdot 4,29 = 25,009$$

Получено уравнение регрессии: $y = 25,009 + 2,065 \cdot x$.

Общая сумма квадратов отклонений: $TSS = \sum (y - y_{cp})^2 = 1,999$

Объяснённая сумма квадратов отклонений: $RSS = \sum (y - \hat{y}_x)^2 = 0,768$

Остаточная сумма квадратов отклонений:

$$ESS = TSS - RSS = \sum (\hat{y}_x - y_{cp})^2 = 1,231$$

Стандартные ошибки x и y

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \sqrt{18,419 - 4,29^2} = 0,190$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2} = \sqrt{1146,919 - 33,86^2} = 0,5$$

Коэффициенты корреляции и детерминации

Задача по эконометрике с решением в Excel. Выполнена в <https://www.matburo.ru/>

©МатБюро – Решение задач по математике, экономике, программированию

$$r_{xy} = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{145,26 - 33,86 \cdot 4,29}{18,419 - 4,29^2} \cdot \frac{0,190}{0,5} = 0,785$$

$$R^2 = r_{xy}^2 = 0,616 \text{ или } 61,6\%$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{1,231}{1,999} = 0,616$$

корреляция 0,785 говорит о высокой и прямой зависимости между показателями, коэффициент детерминации 0,616 - показывает, что X на 61,6% объясняет Y.

Оценим значимость коэффициента корреляции через t-критерий Стьюдента при $\alpha = 0,05$.

Расчетное значение критерия:

$$t_r = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \cdot \sqrt{n-2} = \frac{0,785}{\sqrt{1-0,785^2}} \cdot \sqrt{8-2} = 3,102$$

Фактическое значение критерия: 2,44.

Поскольку расчетное значение больше критического, коэффициент корреляции значим на уровне 0,05.

Оценим статистическую надежность результатов регрессионного анализа с помощью F-критерия Фишера при $\alpha = 0,05$.

Расчетное значение критерия:

$$F_r = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-2}{2-1} = \frac{0,616^2}{1-0,616^2} \cdot \frac{8-2}{2-1} = 9,625$$

Фактическое значение критерия: 5,99.

Поскольку расчетное значение больше критического, коэффициент детерминации и регрессия в целом значимы на уровне 0,05.

Коэффициент эластичности

$$E = b \frac{\bar{x}}{y} = 2,065 \frac{4,29}{33,86} = 0,26\%$$

с увеличением X на 1%, Y вырастает на 0,26%.

Надежность коэффициентов регрессии по критерию Стьюдента

$$S_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (x - x_{cp})^2 \cdot (n-2)}} = \sqrt{\frac{0,768}{0,289 \cdot (8-2)}} = 0,666$$

$$S_a = \sqrt{\frac{\overline{x^2} \cdot \sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (x - x_{cp})^2 \cdot (n-2)}} = \sqrt{\frac{18,419 \cdot 0,768}{0,289 \cdot (8-2)}} = 2,857$$

$$t_b = \frac{b}{S_b} = \frac{2,065}{0,666} = 3,102$$

$$t_a = \frac{a}{S_a} = \frac{25,009}{2,857} = 8,755$$

Фактическое значение критерия: 2,44.

На уровне 0,95 значимы оба коэффициента, так как их расчетное значение статистики (3,102 и 8,755) больше критического 2,44.

Доверительные интервалы для коэффициентов регрессии

$$b : (b - t_{кр} \cdot S_b \quad b + t_{кр} \cdot S_b) \rightarrow (2,065 - 2,44 \cdot 0,666 \quad 2,065 + 2,44 \cdot 0,666)$$

$$b : (0,441 \quad 3,689)$$

$$a : (a - t_{кр} \cdot S_a \quad a + t_{кр} \cdot S_a) \rightarrow (25,009 - 2,44 \cdot 2,857 \quad 25,009 + 2,44 \cdot 2,857)$$

$$a : (18,039 \quad 31,979)$$

«Нижнее» уравнение: $y = 18,039 + 0,441x$

«Верхнее» уравнение: $y = 31,979 + 3,689x$

Графики

