

Тема: Производная и ее приложения

ЗАДАНИЕ. Найти асимптоты графика функции.

$$y = \frac{x^2}{x+1}$$

РЕШЕНИЕ: Функция имеет точку разрыва $x = -1$ (в ней знаменатель обращается в нуль).
Так как пределы

$$\lim_{x \rightarrow -1 \pm 0} \frac{x^2}{x+1} = \frac{1}{\pm 0} = \pm \infty, \text{ имеется двусторонняя вертикальная асимптота } x = -1.$$

Найдем наклонные асимптоты вида $y = kx + b$:

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1+1/x} = 1,$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (y - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^2 - x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{1+1/x} = -1.$$

Получили наклонную асимптоту вида $y = x - 1$.

Схематический график функции и асимптот:

