Тема: Производная и ее приложения

Задание. *Определить экстремумы функции*

$$y=\frac{(x-2)(8-x)}{x^2}$$

Решение: Сначала найдем область определения функции, это $D(y)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$ (так как знаменатель должен быть отличным от нуля).

Теперь вычисляем производную:

$$y'=\left(\frac{(x-2)(8-x)}{x^2}\right)'=\frac{((x-2)(8-x))'x^2-(x-2)(8-x)2x}{(x^2)^2}=$$

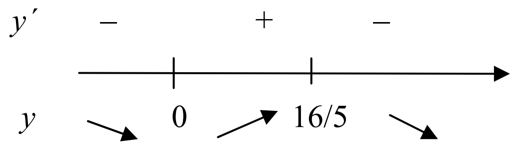
$$=\frac{((8-x)+(x-2)(-1))x^2-(x-2)(8-x)2x}{(x^2)^2}=$$

$$=x\frac{(8-x-x+2)x-2(8x-x^2-16+2x)}{(x^2)^2}=\frac{10x-2x^2-20x+2x^2+32}{x^3}=$$

$$=\frac{32-10x}{x^3}=-10\frac{(x-32/10)}{x^3}=-10\frac{(x-16/5)}{x^3}.$$

Находим критические точки функции (в которых производная равна нулю или не существует). Это точки $x=16/5$ и $x=0$.

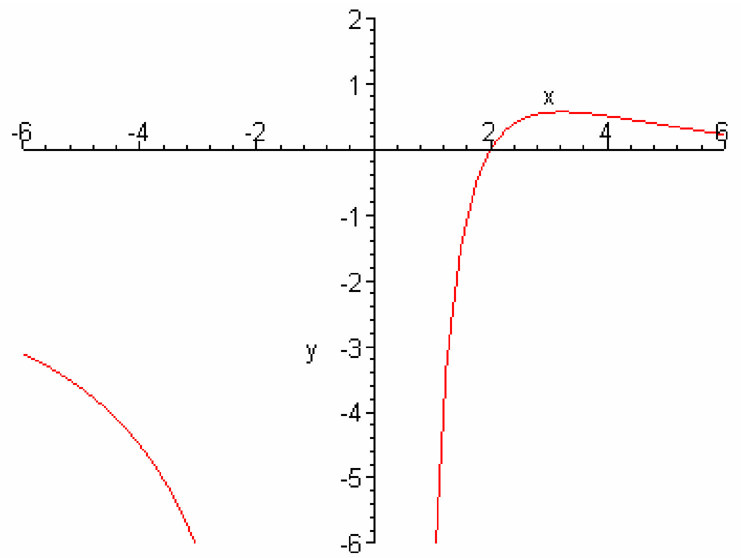
Исследуем знак производной на интервалах, на которые критические точки делят области определения функции.



Функция убывает на интервалах $(-\infty;0),\ (16/5;+\infty)$, возрастает на интервале $(0;\ 16/5)$.

В точке $16/5$ функция имеет локальный максимум, $y(16/5)=\dfrac{9}{16}$.

Эскиз графика:


2
1
x
-6
-4
-2
2
4
6
-1
-2
y
-3
-4
-5
-6