Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru
©МатБюро - Решение задач по высшей математике

Тема: Производная и ее приложения

ЗАДАНИЕ. *Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданных отрезках*

$$y=\frac{2\left(x^2+3\right)}{\left(x^2+2x+5\right)},\ [-5;1]$$

РЕШЕНИЕ. Область определения функции – вся числовая прямая.
Найдем критические точки. Вычислим производную и приравняем к нулю:

$$f'=\left(\frac{2\left(x^2+3\right)}{\left(x^2+2x+5\right)}\right)'=2\frac{\left(x^2+3\right)'\left(x^2+2x+5\right)-\left(x^2+3\right)\left(x^2+2x+5\right)'}{\left(x^2+2x+5\right)^2}=$$

$$=2\frac{2x\left(x^2+2x+5\right)-\left(x^2+3\right)(2x+2)}{\left(x^2+2x+5\right)^2}=4\frac{x\left(x^2+2x+5\right)-\left(x^2+3\right)(x+1)}{\left(x^2+2x+5\right)^2}=.$$

$$=4\frac{x^3+2x^2+5x-x^3-x^2-3x-3}{\left(x^2+2x+5\right)^2}=4\frac{x^2+2x-3}{\left(x^2+2x+5\right)^2}=4\frac{(x+3)(x-1)}{\left(x^2+2x+5\right)^2}=0.$$

Получаем критические точки: $x_1=-3,\ x_2=1$. Первая лежит внутри рассматриваемого отрезка, вторая на конце отрезка.

Вычисляем значения функции на концах отрезка и в критической точке:

$$f(-5)=\frac{2(25+3)}{(25-10+5)}=\frac{14}{5}=2{,}8,$$

$$f(-3)=\frac{2(9+3)}{(9-6+5)}=3$$

$$f(1)=\frac{2(1+3)}{(1+2+5)}=1.$$

Наименьшее значение функции 1, наибольшее 3.