

**Задача с решением по численным методам**  
**Тема: приближенные вычисления**

**ЗАДАНИЕ.**

С точностью до 0,001 вычислить приближенное значение  $\sqrt[5]{9}$  методом а) половинного деления, б) касательных (Ньютона).

**РЕШЕНИЕ.**

а) Метод половинного деления.

Обозначим  $\sqrt[5]{9}$  за  $y$ :

$$y = \sqrt[5]{9}$$

$$y^5 = 9$$

$$y^5 - 9 = 0$$

Ясно видно, что  $y$  больше 1, но меньше 2. Найдем значения данной функции на концах интервала:

$$1^5 - 9 = -8$$

$$2^5 - 9 = 23$$

Так как значения получились разных знаков, следовательно, между  $y=1$  и  $y=2$  есть корень (так как наша функция непрерывная). Будем последовательно делить этот интервал пополам, и смотреть какого знака будет функция в середине интервала:

Левая граница	Правая граница	Значение в ЛГ	Значение в ПГ	Середина отрезка	Значение в середине
1	2	-8	23	1,5	-1,406
1,5	2	-1,406	23	1,75	7,413
1,5	1,75	-1,406	7,413	1,625	2,331
1,5	1,625	-1,406	2,331	1,5625	0,313
1,5	1,5625	-1,406	0,313	1,5313	-0,580
1,5313	1,5625	-0,580	0,313	1,5469	-0,142
1,5469	1,5625	-0,142	0,313	1,5547	0,0831
1,5469	1,5547	-0,142	0,0831	1,5509	-0,0274
1,5509	1,5547	-0,0274	0,0831	1,5528	0,0277
1,5509	1,5528	-0,0274	0,0277	1,5519	0,00158
1,5509	1,5519	-0,0274	0,00158	1,5514	-0,0129
1,5514	1,5519	-0,0129	0,00158	1,5517	-0,00422
1,5517	1,5519	-0,00422	0,00158	1,5518	-0,00132

1,5518	1,5519	-0,00132	0,00158	1,55185	
--------	--------	----------	---------	---------	--

Следовательно, можно сказать, что  $\sqrt[5]{9} \approx 1,55185 \approx 1,552$ .

б) метод касательных (Ньютона)

Обозначим  $\sqrt[5]{9}$  за  $x$ :

$$x = \sqrt[5]{9}$$

$$x^5 = 9$$

$$x^5 - 9 = 0$$

Решим уравнение  $y = x^5 - 9$ . Для этого нам нужно взять начальное приближение (возьмем  $x=1$ ), и найти производную данной функции:  $y' = 5x^4$

Применим метод Ньютона:

$x_n$	$y(x_n)$	$y'(x_n)$	$x_{n+1} = x - \frac{y(x_n)}{y'(x_n)}$
1	-8	5	$1 - \frac{-8}{5} = 2,6$
2,6	109,814	228,488	$2,6 - \frac{109,814}{228,488} = 2,1193$
2,1193	33,7526	100,8648	$2,1193 - \frac{33,7526}{100,8648} = 1,7847$
1,7847	9,1062	50,7260	$1,7847 - \frac{9,1062}{50,7260} = 1,6052$
1,6052	1,6573	33,1962	$1,6052 - \frac{1,6573}{33,1962} = 1,5553$
1,5553	0,1006	29,2568	$1,5553 - \frac{0,1006}{29,2568} = 1,5519$
1,5519	0,0016	29,0018	$1,5519 - \frac{0,0016}{29,0018} = 1,5518$
1,5518	-0,0013	28,9943	$1,5518 - \frac{-0,0013}{28,9943} = 1,5518$

Так как значения перестали изменяться, то можно сказать, что  $\sqrt[5]{9} \approx 1,5518 \approx 1,552$