Задача с решением по численным методам
Тема: метод хорд поиска корней уравнения

Задание.

Методом хорд найти отрицательный корень уравнения $x^3 - 2x^2 - 4x + 7 = 0$ *с точностью 0,0001. Требуется предварительное построение графика функции и отделение корней.*

Решение.

Отделим корни графически:

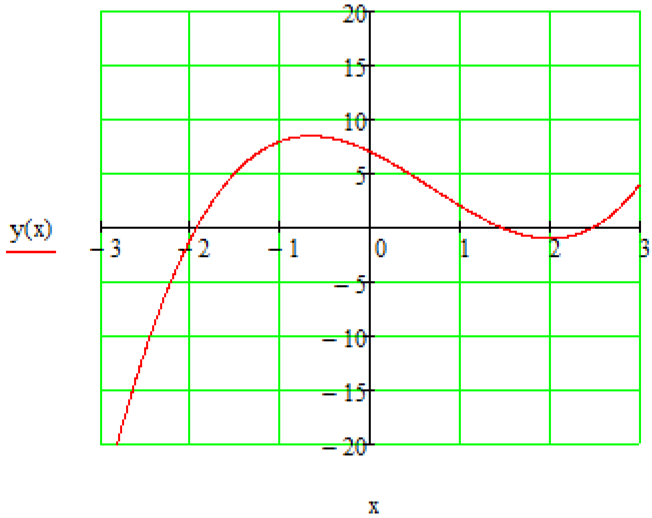

График функции

Первый отрицательный корень находится в интервале [-2; -1]. Уточним корень уравнения методом хорд.

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f(b) - f(x_{n-1})}(b - x_{n-1}), \text{ если } f(x_n) \cdot f(b) < 0$$

$$x_n = a - \frac{f(a)}{f(x_{n-1}) - f(a)}(x_{n-1} - a), \text{ если } f(x_n) \cdot f(a) < 0.$$

Критерий сходимости:

$$|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon .$$

Итак, выберем $x_0 = -2$, $f(a) = f(-2) = -1,$ $f(b) = f(-1) = 8$.

<u>1 итерация:</u> $f(-2) = -1,$ $f(x_0) \cdot f(b) < 0$, тогда

$$x_1 = -2 - \frac{-1}{8+1}(-1+2) \approx -1.88889,\ |x_1 - x_0| = 0.1111 > \varepsilon = 0.0001$$

<u>2 итерация:</u> $f(-1.88889) = 0.68037$, $f(x_1)\cdot f(a) < 0$, тогда

$$x_2 = -2 - \frac{-1}{0.68037+1}(-1.88889+2) \approx -1.93388,$$

$$|x_2 - x_1| = 0.04499 > \varepsilon = 0.0001.$$

<u>3 итерация:</u> $f(-1.93388) = 0.023234$, $f(x_1)\cdot f(a) < 0$, тогда

$$x_3 = -2 - \frac{-1}{0.023234+1}(-1.93388+2) \approx -1.93538,$$

$$|x_3 - x_2| = 0.0015 > \varepsilon = 0.0001.$$

<u>4 итерация:</u> $f(-1.93538) = 0.00078$, $f(x_1)\cdot f(a) < 0$, тогда

$$x_4 = -2 - \frac{-1}{0.00078+1}(-1.93538+2) \approx -1.93543,$$

$$|x_4 - x_3| = 0.00005 < \varepsilon = 0.0001.$$

Ответ: $x = -1.9354$.